算迪

四

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

珀算迪

(四)

何夢瑤撰

算迪卷五

難題

㊀設如有錢在百文以下不知其數以三數之餘二文以五數之餘三文以七數之亦餘二如問錢總數幾何曰二十三文

法以七十爲三數餘一之率（七十以五數七數皆盡惟以三數之則餘一故以爲率言設五數七數皆無餘惟三數餘一則知其數爲七十也雖三十五亦五數七數皆無餘而三數則餘二不可爲率故倍之爲七十此立率之法也）二十一爲五數餘一之率（三數七數皆盡五數餘一也）十五爲七數餘一之率（三數五數皆盡惟七數餘一也）乃以七十乘餘二得一百四十（五數七數皆盡三數餘一知爲七十則餘二必爲一百四十矣）以二十一乘餘三得六十三以十五乘餘二得三十三數共併得二百三十三設使問者云在二百文以上則此數竟合矣（二百三十三文分之爲三三數餘二者也一爲六十三則五數餘三者也一爲三十則七數餘二者也則合所餘之數計之必爲二百三十三矣）因問者云在一百以下則須減兩个一百零五蓋一百零五乃三數五數七數俱盡之數凡三樣數皆無餘者知必一百零五或兩个一百零五或無數一百零五但視問者界限酌減或酌增俱可也今問者云在一百以下則於二百三十三內減一个一百零五所餘一百二十八尙在一百以上故又減一百零五所餘二十三正合一百以下之問故定其數爲二十三也明此則或以五數七數九數命算皆可倣此例推之

㈡設有三人治田。一人日耘七畝，一人日耕三畝。一人日種五畝。今令一人自耕自種自耘。問一日治田幾何。法以七畝三畝五畝。連乘得一百零五畝。爲治田總衰數。以每日耕三畝除之。得三十五日。爲耕田衰數。以每日種五畝除之。得二十一日。爲種田衰數。三數相併。得七十一日。爲一率。一百零五畝爲二率。一日爲三率。得四率。一畝四分七釐有餘。卽每日自耕自種自耘之數也。此法。蓋因一日耘七畝。則一百零五畝。須耘十五日。一日耕三畝。則一百零五畝。須耕三十五日。一日種五畝。則一百零五畝。須種二十一日。併之。得七十一日。是一人自耕自種自耘治田一百零五畝。卽知一日治田一畝四分七釐有餘也。

㈢設如有銀三百九十六兩。令甲乙丙丁四人分之。甲得二分之一。又多十兩。乙得五分之三。內少三十兩。丙得三分之一。又多八兩。丁得四分之一。內少六兩。問四人各得銀數幾何。

法先以總銀三百九十六兩。內減去甲多十兩。丙多八兩。餘三百七十八兩。又加乙少二十兩。丁少六兩。共得四百零四兩。爲各分之總銀數。乃以甲分母二。乙分母五。丙分母三。丁分母四。連乘之。得一百二十。爲總衰數。於總衰一百二十內。取二分之一。得六十。爲甲衰。取五分之三。得七十二。爲乙衰。取三分之一。得四十。爲丙衰。取四分之一。得三十。爲丁衰。併之。得二百零二衰。爲一率。以各分總銀數四百零四兩爲二率。一衰爲三率。得四率二兩。乃以二兩用甲衰六十乘之。得一百二十兩。加所多十兩。得

一百三十兩卽甲所分之銀數用乙衰七十二乘之得一百四十四兩內減所少二十兩餘一百二十四兩卽乙所分之銀數用丙衰四十乘之得八十兩加所多八兩得八十八兩卽丙所分之銀數用丁衰三十乘之得六十兩減所少六兩餘五十四兩卽丁所分之銀數將四人所分之銀併之得三百九十六兩以合原數也

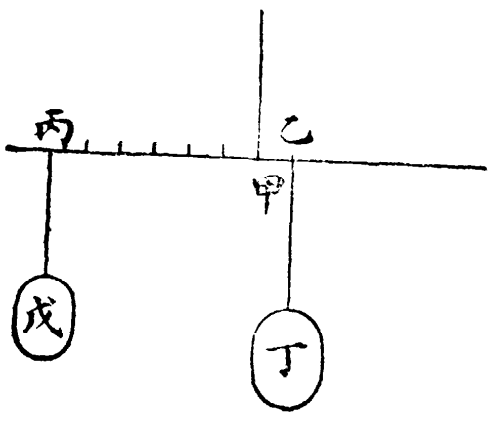
㊃設如甲乙丙三商貨殖二年共得利銀八千五百八十兩甲原出本銀三千兩至滿八月收回一千兩至滿十九月又添一千二百兩乙原出本銀二千四百兩至滿六月收回八百兩至滿十五月又添一千四百兩內原出本銀二千兩至滿七月悉收回至滿十七月別出本銀一千六百兩各人分得利銀若干

法以甲本銀三千兩與八月相乘滿八月收回一千兩是八月以前皆爲三千兩得二萬四千兩又以收回一千兩與原本銀三千兩相減餘二千兩以八月與十九月相減餘十一月八月收回一千兩餘二千兩十九月後方添一千二百兩則是八月以後十九月以前此十一月皆爲二千兩以十一月與二千兩相乘得二萬二千兩又以二千兩加所添一千二百兩得三千二百兩以十九月與二年之二十四月相減餘五月十九月後添一千二百兩是十九月以後二十四月以前此五月皆爲三千二百兩以五月與三千二百兩相乘得一萬六千兩以三得數相併共六萬二千兩爲甲之共衰數乙本銀二千四百兩與六月相乘滿六月收回八百兩是六月以前皆爲二千四百兩得一萬四千四百兩又以收回八百兩與原本銀二千四百兩相減餘一千六

百兩．以六月與十五月相減．餘九月．六月後收回八百兩．餘一千六百兩．十五月後方添一千四百兩．是六月以後．十五月以前．此九月．皆爲一千六百兩．以九月與一千六百兩相乘．得一萬四千四百兩．又以一千六百兩．加所添一千四百兩．得三千兩．以十五月與二年之二十四月相減．餘九月．十五月後添一千四百兩．是十五月以後．二十四月以前．此九月．皆爲三千兩．以九月與三千兩相乘．得二萬七千兩．三數相併．共五萬五千八百兩．爲乙之共衰數．丙本銀二千兩．與七月相乘．滿七月悉收回．則七月以前．皆爲二千兩．得一萬四千兩．又以十七月與二十四月相減．餘七月．與別出本銀一千六百兩相乘．七月悉收回不算外．至第十七月．方出本一千六百兩．是十七月以後．二十四月以前．止七月也．得一萬一千二百兩．二數相併．共二萬五千二百兩．爲丙之共衰數．以甲乙丙三衰數相併．甲六萬二千．乙五萬五千八百．丙二萬五千二百．共得一十四萬三千兩．爲一率．總利銀八千五百八十兩．爲二率．一兩爲三率．求得四率六分．以各人衰數乘之．甲得三千七百二十兩．乙得三千三百四十八兩．丙得一千五百一十二兩．爲各人所得利銀之數也．

㊄設如有一大石．不知其重．但知一小石重四兩．求大石重幾何．

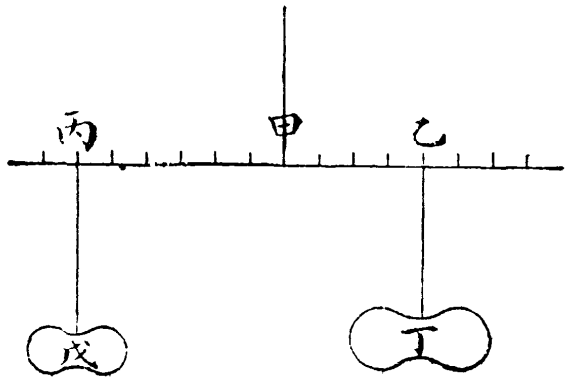
法用一木杆．結繫於中．兩端令平．乃以大石掛於一端．以小石作錘稱之．如大石距提繫一寸．小石距提繫六寸．得平．則以一寸爲一率．小石重四兩爲二率．六寸爲三率．求得四率二十四兩．即大石之重也．如圖．



甲乙爲大石距提繫一寸甲丙爲小石距提繫六寸丁爲大石戊爲小石戊小石之重卽甲乙之分丁大石之重卽甲丙之分故甲乙與戊小石之比同於甲丙與丁大石之比也

㊈設如有銀大小二錠共重十五兩求大小錠各重幾何

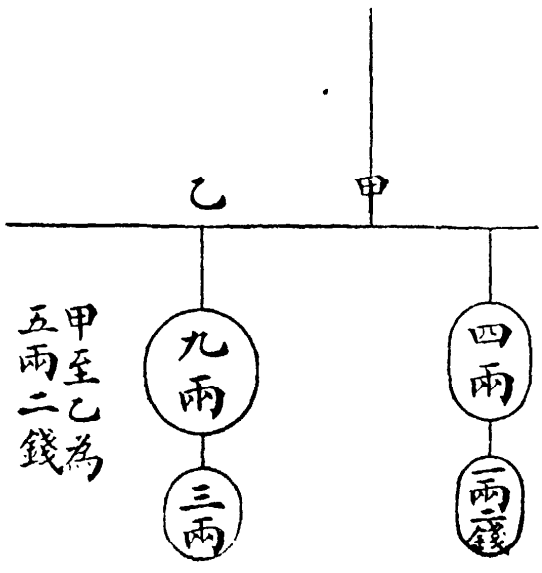
法用一木杆結繫於中兩端令平乃以大錠小錠各掛一端如大錠距提繫四寸小錠距提繫六寸得平則以四寸六寸相加得十寸爲一率共重十五兩爲二率大錠距提繫四寸爲三率得四率六兩卽小錠之重如以小錠距提繫六寸爲三率則得四率九兩卽大錠之重也如圖甲乙爲大錠距提繫四寸甲丙爲小錠距提繫六寸故以甲乙甲丙共分與丁戊共重之比同於甲乙與戊小錠之比亦同於甲丙與丁大錠之比也



㊐如有稱稱頭比稱尾輕四錢錘重九兩因失去錘借一重十二兩之錘稱物得四兩問原錘稱物重若干　曰五兩二錢

法以原錘九兩作一率今錘十二兩作二率物重四兩爲三率求得四率四兩八錢加抵頭輕四錢共得物重五兩二錢合問何則試以九兩之錘稱物得四兩其平如水設加錘三兩（爲三分加一）則當於物加

一兩二錢．亦爲三分加一．何者．物雖四兩內減抵補頭輕四錢．實重三兩六錢．三分之．得一兩二錢也．乃仍其平．問何故減抵輕四錢．曰．因稱頭輕於稱尾四錢．得物之四錢．乃與稱尾相平．則物雖重四兩．而以其四錢抵補頭輕爲取平之法．實餘三兩六錢爲與錘相敵之數也○．三兩六錢．敵九兩．爲三分．敵三分．一兩二錢敵三兩爲三分之一．敵三分之一．若於稱鉤上．搭馬四錢．則稱物之重．卽爲實數．不用扣補頭輕矣．今錘加三兩而物不加一兩二錢．故須壓少一兩二錢．當四兩之處．乃得其平也．若頭尾等重之稱．不用加減．下條同．此加錘稱物之法．凡稱小不能稱重物者．用之．



㊇設如前稱稱物．重五兩二錢．後失去錘．不知錘重．今欲造回一錘．問應重若干．曰．九兩．

法以物五兩二錢減抵輕四錢．餘四兩八錢．爲一率．以十二兩之錘稱此物．得四兩．內減抵輕四錢．餘三兩六錢．爲二率．今錘十二兩爲三率．求得四率九兩．卽原錘之重．

㊈設如河口上寬十尺．下寬六尺．深五尺．求每日流水幾何．

法以木板一塊．置於水面．用驗時儀墜子候之．看六十秒內．木板流遠幾丈．如流遠十丈．卽以十丈變爲一百尺．乃以河上寬十尺．與下寬六尺相加．折半得八尺．與河深五尺相乘．得四十尺．又與木板流遠一百尺相乘．得四千尺．卽六十秒內所流之數．又以六十秒收爲一分．爲一率．水流四千尺爲二率．

以每日二十四小時化爲一千四百四十分。（一小時爲四刻。一刻爲十五分。）爲三率。求得四率五千七百六十萬尺。即一日內所流之數也。此法先用木板以驗水流之緩急。水急則木隨水流亦急。水緩則木隨水流亦緩。看水之緩急。即知流水之多少。故先求得河口面積。再以遠乘之。即得水流之積數也。

㊉如甲米換乙銀。取米三分之一換之。則米少二石。（甲米十二石。三分一。則四石也。每石價一兩零五分。四石共價銀四兩二錢。而乙銀爲六兩三錢。計多二兩一錢。在銀爲多二兩一錢。在米爲少二石也。○米換銀。如人分銀。常法人分銀。止言銀多。不言人少。今言米少。即如言人少也。此於常法稍變。）若每石取二分之一換之。則適足。問米及銀數。曰米十二石。銀六兩三錢。

法用互乘減併。此下圖。

右　米三分　六分之一二分　少二石

互得六分爲總母　減餘一分爲法　併得少二石乘母六分得十二石爲實

左　米二分　六分之一三分　適足

此單法之用通分者。何則。取全米十二石。分爲二分。得每分六石。即同取全米十二石中之一石。分爲二分。每分得五斗也。（十二之比六。即一之比五。皆二與一之比例也。）取全米十二石分爲三分。每分得四石。即同取全米十二

石中之一石。分爲三分。每分得三斗三升三三不盡也。米換銀。如銀買物。每石出五斗換之而適足。出三斗三升三三不盡換之而少二石。如每銀一兩出五錢買之則適足。出三錢三三買之則銀少二兩。固單法也。因三斗三升三三不盡難算。故變每石取三斗三三不盡爲每石取三分之一。又變爲全米取三分之一。變每石取五斗爲每石取二分之一。又變爲全米取二分之一也。既變石斗爲分數。當用通分法。以兩分母互得六分。爲總母。又以右母三互左子一。得三分。通二分之一。爲六分之三。以左母二互右子一。得二。通三分之一。爲六之二也。夫左右皆化爲六分。是分數同也。而中層差一分。則下層差二石。是一分即二石也。故以一分爲一率。二石爲二率。六分爲三率。求得四率十二石也。

㊉如井不知深。（即上條銀不知數也。）有繩一條。不知其長。（即上條米不知數也。）但知取繩二分之一比井深。適等。若取繩三分之一比井深。則繩短二尺。問繩長井深。　曰繩長十二尺。井深六尺。

法同上條。

㊊如有紗一匹（即上條繩長。）欲作帳子。其每幅之長照舊帳。（即上條井深。）先摺作六幅。每幅比舊帳長一尺二寸。後將此紗用去一尺四寸。將餘紗摺作七幅。則每幅與舊帳之長恰等。（猶云摺七幅。則比舊帳長二寸也。何則。七幅共用去一尺四寸。是一幅用去二寸也。用去二寸。而與舊帳幅等。則未用去之原紗。每幅必比舊帳長二寸矣。）問原紗長及舊帳每幅長各若干。　曰紗四丈二尺。帳五尺八寸。

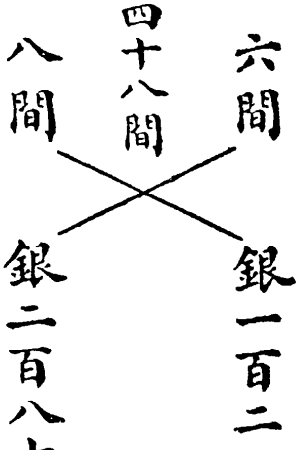
法照上條。用兩盈法算之。

㊉三如商人販緞。不知每匹價銀若干。緞價如上條紗之長。稅銀若干。稅銀如上條舊帳幅。但云每匹價取二十分之一納稅。則多銀一錢。若取四十分之一納稅。則適足。問緞每匹價銀及稅銀。曰每匹價四兩。稅銀一錢。法同井深條。

㊉四此問可改云。每匹取二十分之一準折稅銀。則多銀一錢。每匹價四兩。以二十分分四兩得每分二錢。比稅銀多一錢也。若取四十分之一折稅。則適足。

㊉五亦可改云。每販二十匹。取一匹準折稅銀。則多銀二兩。二十匹。價銀八十兩。稅銀二兩。而每匹價銀四兩。故比稅銀多二兩。若販二十匹。取半匹折稅。則適足。此已上皆盈朒單法耳。若又改云每販二十匹。取一匹折稅。則多二兩。若販四十匹。取一匹折稅。則適足。便當用雙套法算之矣。詳下文。

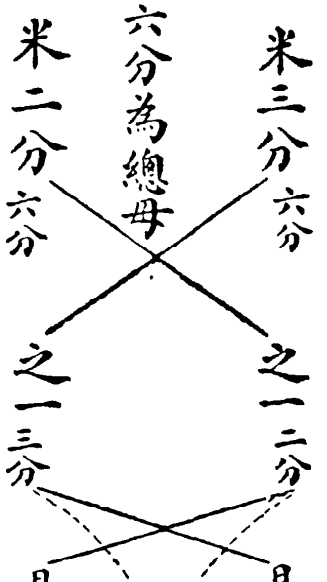
㊉六如有房不知間數。房如人。不知間數。如不知人多少。亦不知房價。如不知每人應得銀多少。若干人若應得銀若干也。但云房六間。每年租銀二十四兩。猶每六人得銀二十四兩。則五年租銀爲一百二十兩。猶每六人得銀一百二十兩也。當照一百二十兩算之。勿爲問語所惑。若每房八間。每年租銀三十五兩。是二十四个六間。價二千八百八十兩。是二十四个一百二十兩。故爲適足。適得回本銀。此卽每六間價銀一百二十兩。適足也。蓋可言租。亦可言價。均之以房取銀耳。○房一百四十四間。一年租銀三十五兩。則八年後一年租銀爲二百八十兩。除得回本銀外。又得利銀二千一百六十兩。房一百四十四間。是十八个八間。得租銀二百八十兩。則十八个八間。當得租銀五千零四十兩。除原價二千八百八十兩外。尙得利二千一百六十兩。問房數及價。曰房一百四十四間。價二千八百八十兩。法如下圖。



法除實得房一百四十四間。○此雙套法。但問語易惑人。所謂難題也。故詳註之。雙套法分法詳後。

㊈如有米易銀。只云以米三分之一。易銀六兩三錢。此與上甲米換乙銀條同。但彼所換爲全銀。故曰換之。此所換乃全銀中之六兩三錢。稍異耳。則米少二石。米本十二石。價銀本十二兩六錢。三分其米得四石。亦三分其價得四兩二錢。今四石。而易六兩三錢。計銀多二兩一錢。爲米二石之價。何者。以四石分四兩二錢。見每石價一兩零五分。則二兩一錢。固米二石之價也。而在銀爲多二兩一錢。在米爲少二石矣。○所多銀二兩一錢。既就四兩二錢言。則所少之米。亦就四石言。非就全米言也。若以米二分之一。易銀四兩二錢。則米多二石。問米數銀數。曰米十二石。銀十二兩六錢。

法如圖。



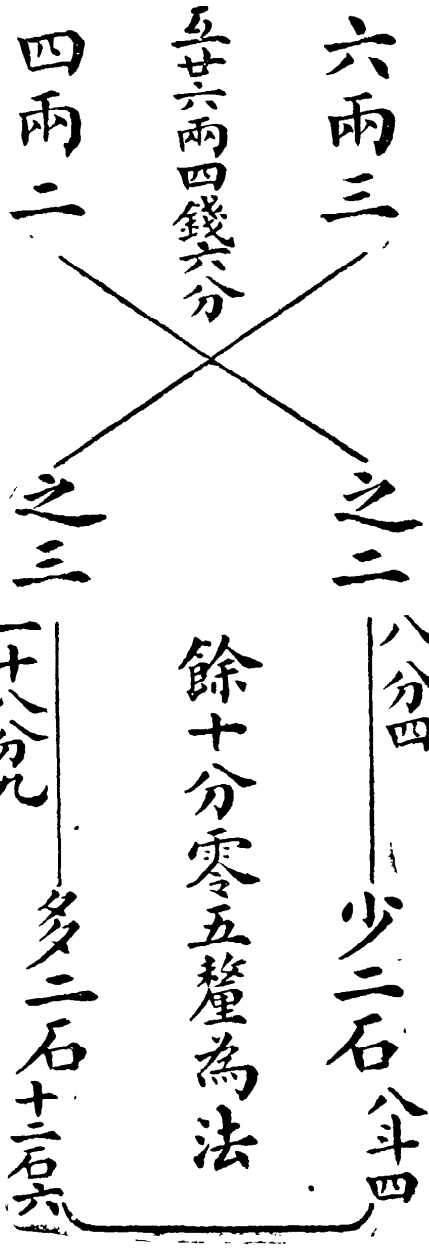
以右母三互左子一．是通左二分一．爲六分二．以左母二互右子一．是通右三分一．爲六分三．此與甲乙條同者．又以互得之右子二．互左銀四兩二錢．多米二石．是通左米二分之一．易銀四兩二錢．多米二石．爲左米六分之二．易銀八兩四錢．（左銀四兩二錢．本原銀十二兩六錢之三分一．以二互之．則爲六分之二．）多米四石．（左米二石．本爲元米折半六石之三分一．以二互之．則爲六分之二也．）又以互得之子三．互右銀六兩三錢少米二石．是通米三分之一．易銀六兩三錢少米二石．爲右米六分之三．易銀十八兩九錢．（右米六兩三錢．本爲元銀十二兩之二分一．以三互之．則爲六分三．）少米六石也．（右少米二石．本三分元米十二石爲四石之二分一．以三互之．則爲六分三．）是三者皆六分三也．

左右米既同爲六分．而銀差十兩零五錢．則米差十石．是十石價十兩零五錢．一石價一兩零五分也．（再詳下條末．）

㊀如先求米數．法於上圖母子互後．去母一層．餘子之二之三．列爲中層．以銀數列爲上層．（則變爲雙套常法矣．常法求

米數者下層盈朒爲銀・中層亦爲銀・以銀除銀得米・此下層既爲米・則中層亦當爲米・乃以米除米・而得米也・

如下圖・



併二十一石・乘中層分母六・二三相因得六・得一百二十六石爲實・法除實・得米十二石・蓋互乘後・則右爲二十六兩四錢六分・買米八分四釐・少八石四斗・左爲二十六兩四錢六分・買米十八分九釐・多米十二石六斗・夫銀數既同・而米差十分零五釐・則盈朒相差二十一石・故知十分零五釐之比二十一石・即同六分之比十二石也・

論曰此依常法・以米十分零五釐・如每十石價十兩零五錢・求總米十二石・故法實照常・上條則以米

十石。求每石之價一兩零五分。故法實倒用也。

㊄又先求米價法。亦於上圖母子互後。去分子一層。留分母一層。如下圖。

三分　六兩三錢十八兩九錢　少二石六石

餘十兩零五錢為實　併得十石為法

二分　四兩二錢八兩四錢　多二石四石

右銀及少米。俱以右三分通之。即如第一圖以左分子三互之也。得銀十八兩九錢。少米六石。左銀及多米。俱以左二分通之。如第一圖以右分子二互之。得銀八兩四錢。多米四石。按此惟分子相同。及母子俱一位者。乃可用以取捷。否則不必也。

㊅設如有一數。不知幾何。但云以三乘之。再加一十。又以四乘之。再加二十。又以五乘之。再加三十。又以六乘之。再加四十。共得六千七百。問原數幾何。

法先以所加之一十。以四乘之。又以五乘之。又以六乘之。得一千二百。再以所加之二十以五乘之。又

以六乘之得六百再以所加之三十以六乘之得一百八十乃以所得之三數相加得一千九百八十併所加之四十共二千零二十與共數六千七百相減餘四千六百八十爲連乘之整數乃借一衰爲原數以三乘之仍得三又以四乘之得一十二又以五乘之得六十又以六乘之得三百六十衰爲一率原數一衰爲二率以連乘整數四千六百八十爲三率求得四率十三卽爲原數也

此法蓋因三乘原數外加一十而又用四乘五乘六乘則此一十已用四乘五乘六乘矣四乘後加二十而又用五乘六乘則此二十已用五乘六乘矣五乘後加三十而又用六乘則三千已用六乘矣故將一十二十三十之數亦用連乘併後所加之四十與共數相減然後爲三四五六與原數連乘之整分而以三四五六連乘所得之三百六十與原數一爲比例卽同於今三四五六連乘所得之四千六百八十與原數十三之比例也

㈢設如甲乙二車運糧甲車先行二日乙車後行五日追及甲車比乙車運價少五錢又甲車先行二日乙車後行七日追過甲車八十里甲車比乙車運價少一兩一錢問甲乙二車日行里數及運價各幾何

法以乙車五日爲正甲車七日爲負里數相等作一空位（甲車先行二日・乙車行五日追及・是乙車行五日・甲車行七日・其里數相等也・）運價多五錢爲正列於右又以乙車七日爲正甲車九日爲負過八十里爲正運價多一兩一錢爲正列於

左乃以右乙五日遍乘左乙七日甲九日多八十里多一兩一錢得乙三十五日仍爲正甲四十五日仍爲負多行四百里運價多五兩五錢仍爲正又以左乙七日遍乘右乙五日甲七日運價多五錢得乙三十五日仍爲正甲四十九日仍爲負多三兩五錢仍爲正里數相等無可乘仍爲空位於是以左行爲主兩下相較則乙各三十五日彼此減盡甲兩下相減餘四日主行少變負爲正里數無可加減仍得四百里爲正價兩下相減餘二兩依主行爲正卽甲車四日行四百里運價二兩也以四日除四百里得一百里爲甲車每日所行之里數以四日除二兩得五錢卽甲車每日之運價以乙車七日比甲車九日多行八十里價多一兩一錢計之則甲車九日行九百里加多八十里共九百八十里爲乙車七日所行之里數以七日除之得一百四十里卽乙車每日所行之里數甲車九日運價四兩五錢加多一兩一錢共五兩六錢爲乙車七日之運價以七日除之得八錢卽乙車每日之運價也此法因有里數運價二種或名疊脚然不過除兩次耳若里數爲較運價爲和難以分列正負者則分兩法算之

㊂設如甲乙丙三人有銀各不知數只云甲得乙銀二分之一乙得丙銀三分之一丙得甲銀四分之一則各得七百兩問三人原銀各幾何

法先以甲三分乙一分共七百兩列於右（甲原銀四分丙得去一分餘三分又得乙一分故爲甲三分乙一分共七百兩丙無數作空位以存其分）又以甲

一分。丙二分。共七百兩。列於左。丙原銀三分。乙得去一分。餘二分。又得甲一分。故爲甲一分。丙二分。共七百兩。乙無數。亦作空位。以存其分。乃以右甲三分。遍乘左甲一分。丙二分。共七百兩。得甲三分。丙六分。共二千一百兩。又以左甲一分。遍乘右甲三分。乙一分。共七百兩。仍得原數。於是以右行爲主。兩下相較。則甲各三分。彼此減盡。乙一分無可減。仍爲一分。依主行爲正。丙六分無可減。仍爲六分。本層無數。則爲負。銀兩下相減。餘一千四百兩。主行少爲負。即乙一分。比丙六分。少一千四百兩也。次以乙一分爲正。丙六分爲負。少一千四百兩爲負。列於右。又以乙一分。丙一分。共七百兩。列於左。乙原銀二分。甲得去一分。餘一分。又得丙一分。故爲乙一分。丙一分。共七百兩。因爲和數。故不用號。因首色皆爲一。故省互乘。兩下相較。則乙各一分。彼此減盡。丙六與丙一。相加得七分。銀一千四百。與七百兩相加。得二千一百兩。即爲丙七分之共數。以七除之。得三百兩。爲丙一分之數。以丙原銀三分乘之。得九百兩。爲丙之銀數。以乙一分丙一分。共七百兩計之。則於七百兩內減去丙一分三百兩。餘四百兩。即乙一分之數。以乙原銀二分乘之。得八百兩。爲乙銀之數。以甲三分。乙一分。共七百兩計之。則於七百兩內減去乙一分四百兩。餘三百兩。三歸之。得一百兩。即甲一分之數。以甲原銀四分乘之。得四百兩。爲甲之銀數也。

㊂設如有長方面積八百六十四步。一長二闊三和四較。共三百一十二步。問長闊各幾何。

法以積數八因之。得六千九百一十二步。爲大長方形積。乃以長闊和較共數三百一十二步。爲長闊

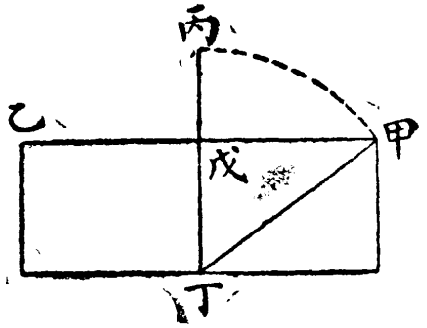
和。折半得一百五十六步。爲半和。自乘得二萬四千三百六十步。與六千九百一十二步相減。餘一萬七千四百二十四步。開平方得一百三十二步。爲半較。與半和一百五十六步相減。得二十四步。爲原闊數。以闊除原積八百六十四步。得三十六步。爲原長數也。此法蓋因三和內有三長三闊。加一長二闊。共四長五闊。如以四較加於四闊。則又成四長。是共得八長一闊。此三百一十二步。卽八長一闊之共數。今將原積八倍之。成一大長方形。其闊卽原闊。其長爲原長之八倍。故以三百一十二爲長闊和。求得闊。卽爲原闊。以原闊除原積。卽得原長也。

㊃設如買果木樹。不知樹數。亦不知樹價。但知樹每株之價。爲樹共數之六倍。而每株脚錢六文。其脚錢共樹價共三千六百文。問樹每株價。及樹數各幾何。

法先以共錢三千六百文。六因之。得二萬一千六百文。爲長方積。脚錢六文爲縱多。爰以縱多六文。折半得三文。爲半較。自乘得九文。與二萬一千六百文相加。得二萬一千六百零九文。開平方得一百四十七文。爲半和。內減半較三文。得一百四十四文。爲樹每株之價。六歸之。得二十四。爲樹之共數也。此法以樹數爲闊。樹價幷脚錢爲長。成長方形。因每株之價。爲樹數之六倍。是長爲闊之六倍。又多六文。故六倍其積。則長比闊多六文。故以帶縱開方法算之。得闊爲樹價。六歸之。得樹數也。

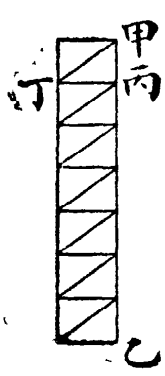
㊄設如一河。闊一丈二尺。中間生一蒲草。出水面三尺。斜引蒲稍至岸。適與岸齊。問蒲長水深各幾何。

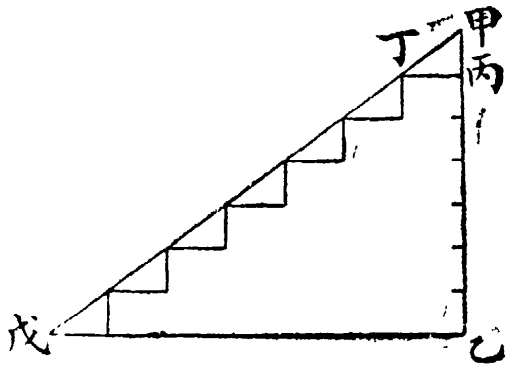
法以河寬一丈二尺折半得六尺爲句以蒲稍出水三尺爲股弦較乃以句六尺自乘得三十六尺以股弦較三尺除之得一十二尺爲股弦和加股弦較三尺得一十五尺折半得七尺五寸爲弦卽蒲之長內減股弦較三尺餘四尺五寸爲股卽水之深也如圖甲乙爲河寬丙丁爲蒲長與甲丁等戊丁爲水深丙戊爲蒲稍出水三尺故戊丁爲股甲戊爲句甲丁爲弦丙戊爲股弦較用有句有股弦較之法求得股爲水深得弦爲蒲之長也



㊦設如圓柱高二十一尺周四尺以繩自底至末繞柱七周與柱適齊問繩長幾何

法以柱周四尺七因之得二十八尺爲股柱高二十一尺爲句求得弦三十五尺卽繩之長也此法蓋合七句股爲一句股算也如圖甲乙爲柱高二十一尺甲丙爲七分之一若將柱面平鋪之成一平面則丙丁卽柱周四尺甲丁卽繩繞柱之一周成甲丙丁句股形今柱高爲甲丙之七倍繩長爲甲丁之七倍故

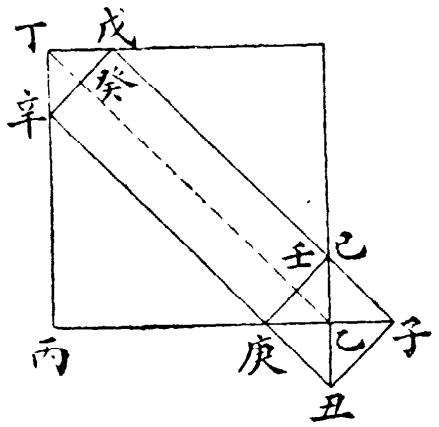




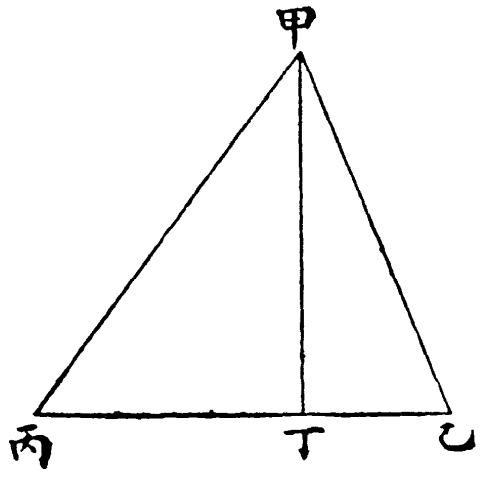
將柱周亦加七倍。成甲乙戊句股形。甲乙爲句。乙戊爲股。求得甲戊。即繩長也。

㊆設如一方匣。內對角斜容一比例尺。長一尺一寸。寬三寸。問匣方邊幾何。

法以比例尺寬三寸。與長一尺一寸相加。得一尺四寸。自乘折半開方得九寸八分九釐九毫。即方匣之邊數也。如圖。甲乙丙丁方匣。內容戊己庚辛比例尺。丁乙爲對角斜線。癸壬爲比例尺之長。壬乙與丁癸二段。與己庚寬度等。蓋以己庚度作己子丑庚正方形。則乙爲方之中心。壬乙爲己庚方邊之一半。與壬庚等。而壬乙與丁癸兩段。即與己庚等。故以比例尺之長闊相加。即爲丁乙對角斜線。用斜求方之法。自乘折半開方。即得方邊也。

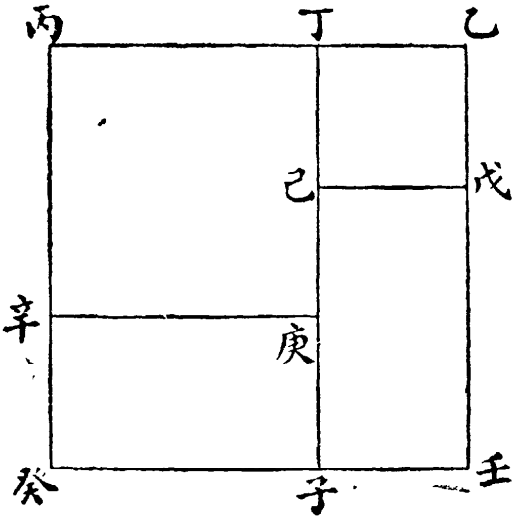


㊇設如三角形。底二丈八尺。小腰與中垂線之較二尺。大腰與中垂線之較六尺。問兩腰各幾何。

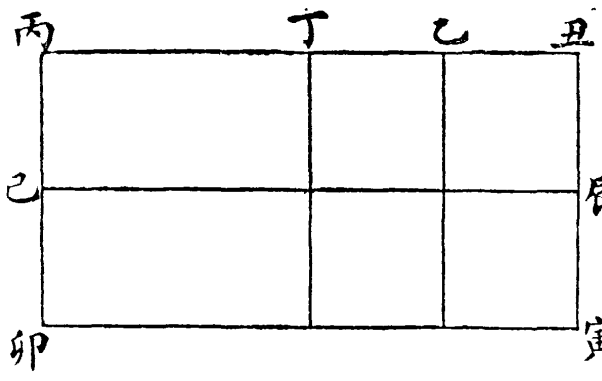


法借一袤爲中垂線。則小腰爲一袤多二尺。小腰與中垂線之和。爲二袤多二

尺．與小腰較二尺相乘．得四衰多四尺．爲小分底自乘方積．大腰爲一衰多六尺．大腰與中垂線之和爲二衰多六尺．與大腰較六尺相乘．得十二衰多三十六尺．爲大分底自乘方積．以兩方積相較．則大分底方．爲小分底方之三倍多二十四尺．（大分底方十二衰．爲小分底方四衰之三倍．即將小分底方四衰多四尺．以三因之．得十二衰多十二尺．與大分底方十二衰多三十六尺相減．仍餘二十四尺．）乃以底三十八尺．自乘得七百八十四尺．內減去所多之二十四尺．餘七百六十尺．爲小分底自乘四正方．小分底乘大分底二長方積．折半得三百八十尺．爲小分底自乘二正方．小分底乘大分底一長積．共成一大長方．底二十八尺．爲長闊之較．用帶縱較數開平方法算之．得闊十尺．爲小分底．自乘得一百尺．以小腰較二尺除之．得五十尺．爲小腰與中垂線之和．內加小腰較二尺．得五十二尺．折半得二十六尺．即小腰．又以小腰較二尺與大腰較六尺相減．餘四尺．即大腰與小腰之較．與小腰二十六相加．得三十尺．即大腰也．如圖甲乙丙三角形．甲乙爲小腰．甲丙爲大腰．乙丙爲底．自甲角作甲丁垂線．則分爲甲丁乙甲丁丙兩句股形．以甲乙甲丁股弦和．與甲乙甲丁股弦較相乘．則得乙丁句自乘之乙戊己丁正方形．（見句股法．）以甲丁甲丙股弦和．與甲丁甲丙股弦較相乘．則得丁丙



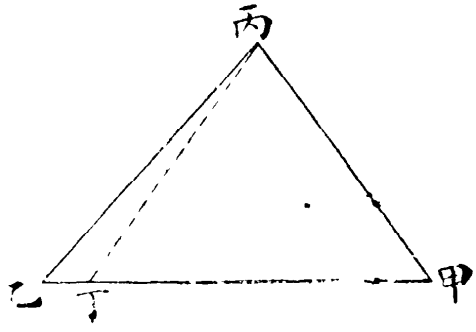
句自乘之丁庚辛丙正方形。丁庚辛內正方形。既爲乙戊己丁正方形之三倍。多二十四尺。故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺。餘者卽與乙戊己丁三正方等。是共得乙戊己丁四正方。戊壬子己。庚子癸辛。爲大分底乘小分底二長方。共成丑寅卯丙一長方形。折半得丑辰己丙長方形。乙丙卽長



闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得闊。爲乙丁小句自乘。以股弦較除之。得股弦和。故加股弦較折半。卽得甲乙爲弦也。或求得甲丙邊。亦同。

㊀設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙甲丙兩邊較三尺八寸。求乙角丙角度各幾何。

法依甲丙邊度。截甲乙邊於丁。餘乙丁。卽兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成乙丁丙鈍角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率。乙丁邊三尺八寸爲二率。甲角五十三度八分。與一百八十度相減。餘一百二十六度五十二分。折半得六十三度二十六分。卽丁鈍角之外角。（與丁丙甲角等。）

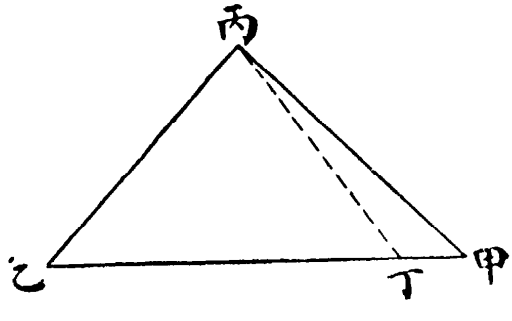


其正弦八萬九千四百四十一。爲三率。求得四率。二萬七千八百五十八。

爲丙分角正弦。檢表得十六度十分。爲丙分角。與丁丙甲角六十三度二十六分相加。得七十九度三十六分。卽丙角度。以丙分角與丁外角相減。餘四十七度十六分。卽乙角度也。

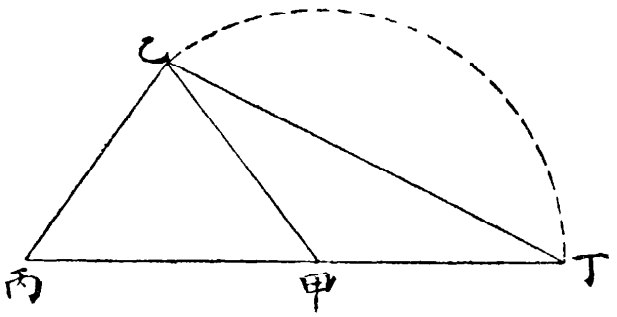
㊂設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲丙邊一丈一尺二寸。甲乙乙丙兩邊較二尺八寸。求乙角丙角度各幾何。

法依乙丙邊度。截甲乙邊於丁。餘甲丁。卽兩邊較。自丙至丁作丙丁線成甲丁丙鈍角形。乃以甲丁邊二尺八寸。與甲丙邊一丈一尺二寸相加。得一丈四尺爲一率。甲丁與甲丙相減餘八尺四寸。爲二率。甲角半外角六十三度二十六分之正切線一十九萬九千九百八十六爲三率。求得四率一十一萬九千九百九十一。爲半較角切線。檢表得五十度十二分。爲半較角度。與半外角相減。餘十三度十四分。爲丙分角。倍之與甲角相加。得七十九度三十六分。卽丙角度。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分。卽乙角度也。蓋以丙分角與甲角相加。則得丙丁乙角。與丙大分角等。是丙大分角。與一丙小分角。一甲角之度等。故倍小分角。與甲角相加。得丙全角也。



㊃設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙甲丙兩邊和二丈六尺二寸。求

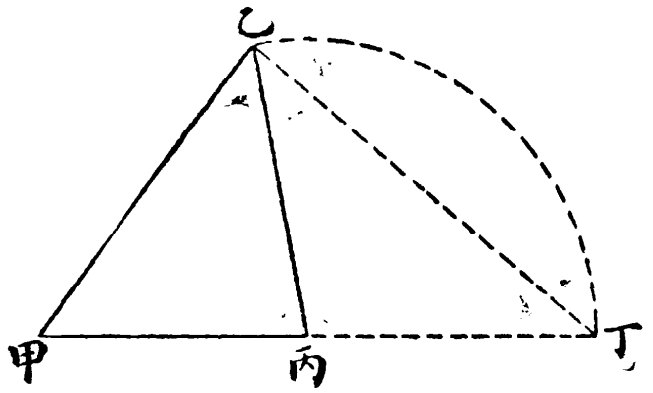
丙角乙角度各幾何.



法以甲乙與甲丙相加得丙丁.自乙至丁作乙丁線.成丁乙丙三角形.乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率.丙丁邊二丈六尺二寸爲二率.甲角五十三度八分.折半得二十六度三十四分.卽丁角.與甲乙丁角等.其正弦四萬四千七百二十四.爲三率.求得四率.九萬六千零四十六.爲丙乙丁角正弦.檢表得七十三度五十分.爲丙乙丁角.內減半甲角二十六度三十四分.卽甲乙丁角.餘四十七度十六分.卽乙角度.以甲角乙角相併.與半周相減.餘七十九度三十六分.卽丙角度也.

㊂設如甲乙丙三角形.甲角五十三度八分.甲乙邊一丈五尺.甲丙乙丙兩邊和二丈三尺四寸.求乙角丙角度幾何.

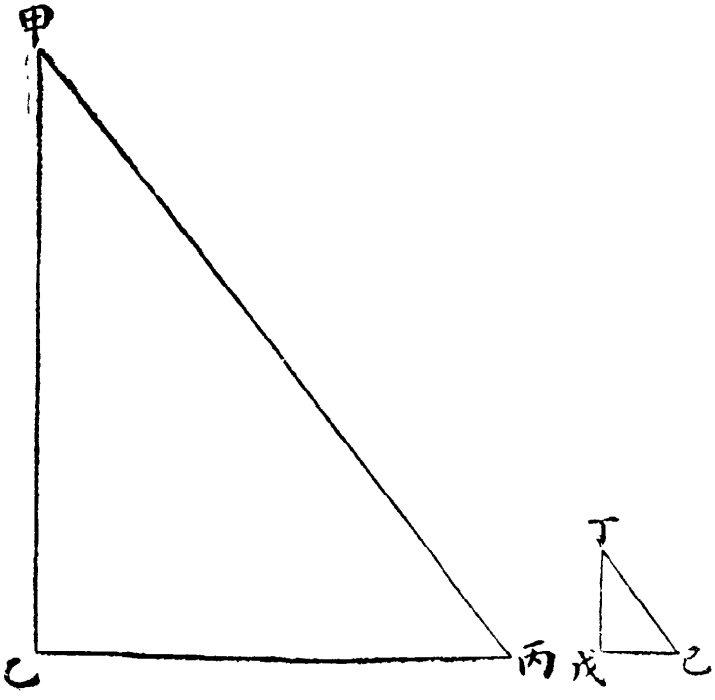
法以甲丙與乙丙相加.得甲丁.自乙至丁.作乙丁線.成甲乙丁三角形.乃以甲丁邊二丈三尺四寸.與甲乙邊一丈五尺相加.得三丈八尺四



寸。爲一率。甲丁邊與甲乙邊相減。餘八尺四寸爲二率。甲角五十三度八分。與半周相減。折半得半外角六十三度二十六分。其正切線一十九萬九千九百八十六爲三率。求得四率。四萬三千七百四十七。爲半較角切線。檢表得二十三度三十八分。爲半較角。與半外角相減。餘三十九度四十八分。爲丁角度。倍之得七十九度三十六分。卽丙角度。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分。卽乙角度也。

㈢設如有一旗杆。不知其高。日影測之。問高幾何。

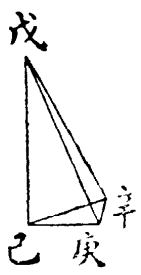
法先立一表。長五尺。看影長幾尺。如得四尺。同時看旗杆影爲幾尺。如得二丈四尺。乃以表影長四尺爲一率。表高五尺爲二率。旗杆影長二丈四尺爲三率。求得四率三丈。卽旗杆之高也。如圖。甲乙爲旗杆。乙丙爲旗杆影。丁戊爲表。高戊己爲表影。甲乙丙與丁戊己爲同式句股形。故己戊與丁戊之比。同於乙丙與甲乙之比也。

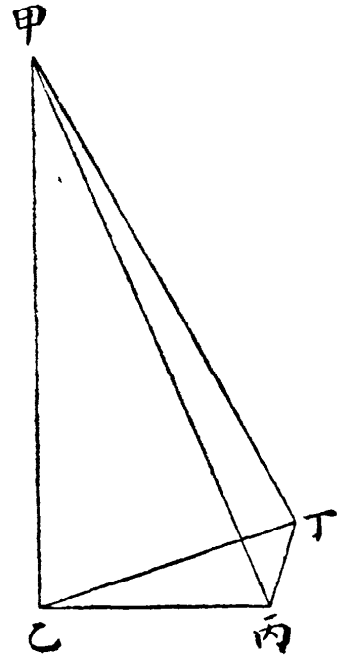


㈣設如有塔一座。不知其高。亦不知其遠。用日影測

之。問塔高幾何。

法先立一表。長六尺。影長四尺。同時看塔影端。各記之。閱時看表影差一尺。塔影端比先所記之處離幾尺。如得八尺。乃以表影差一尺爲一率。表高六尺爲二率。塔影差八尺爲三率。求得四率四丈八尺。卽塔之高也。如圖甲乙爲塔高。乙丙爲先所記塔影。乙丁爲後所記塔影。戊己爲表高。己庚爲先所記表影。己辛爲後所記表影。戊庚辛與甲丙丁。戊己庚與甲乙丙。皆爲同式形。故庚辛與戊己之比。同於丙丁與甲乙之比也。





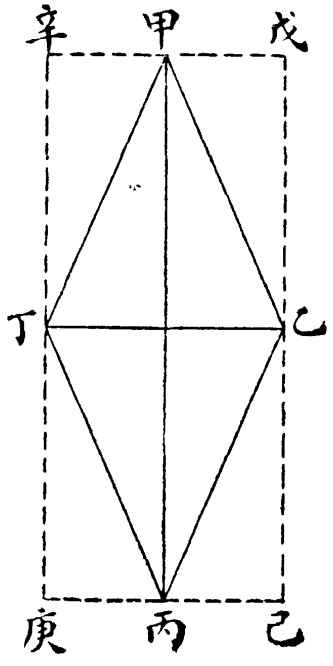
㊁設如遠望一村。欲知其遠。用放鎗驗時儀墜子候之。問遠幾何。

法令一人在村邊放鎗。一見烟出。卽用驗時儀墜子候之。一聞鎗響卽止。計自見烟至聞響。得幾秒。如得三秒。卽以一秒爲一率。一百二十八丈五尺七寸爲二率。三秒爲三率。求得四率三百八十五丈七尺一寸。卽距村之遠也。蓋響與烟一時並出。其見烟而未聞響者。聲未至也。故自見烟至聞響之分。卽

路遠之分。嘗以其分較之。路遠五里得七秒。以七歸之。每秒得一百二十八丈五尺七寸。聞雷亦然。自一見電光。至聞雷響。候其秒數。卽得里數也。

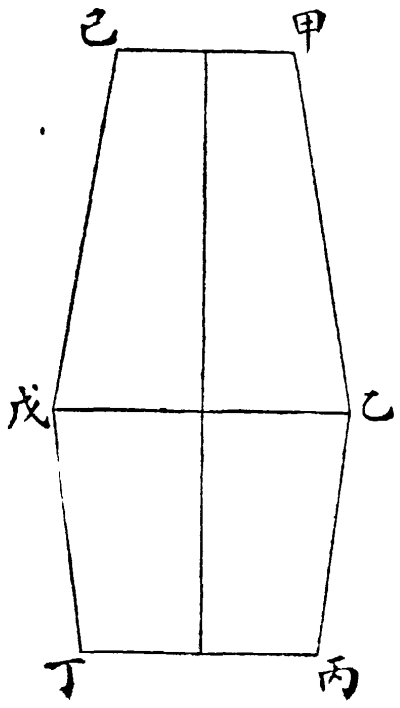
㊇設如梭形。闊四尺。中長九尺。求積幾何。

法以中長九尺。與闊四尺相乘。得三十六尺。折半得十八尺。卽梭形積也。如圖。甲乙丙丁梭形。以乙丁與甲丙相乘。則成戊己庚辛長方形。其積比梭形多一倍。故半之爲梭形積也。此法必甲乙與乙丙等。甲丁與丁丙等。或甲乙與甲丁等。乙丙與丁丙等。則其中長。適爲兩三角形之垂線。故長闊相乘。折半而得積也。若中長不得爲垂線。則須先量得四邊數。及長數。或闊數。用三角形求中垂線法算之。



㊈設如三廣形。上闊三尺。中闊五尺。下闊四尺。上截長六尺。下截長四尺。求積幾何。

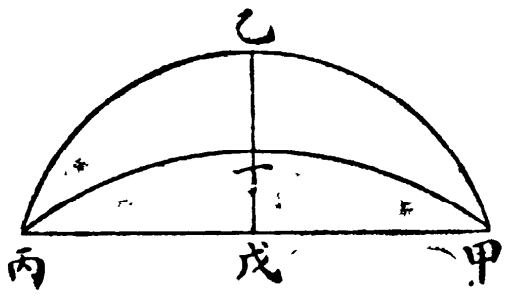
法以中闊五尺。與上闊三尺。相加折半得四尺。與上截



長六尺相乘得二十四尺。又以中闊五尺。與下闊四尺。相加折半得四尺五寸。與下截長四尺相乘。得十八尺。兩數相併得四十二尺。卽三廣形積也。如圖甲乙丙丁戊己三廣形。以乙戊線分之。則成甲乙戊己乙丙丁戊兩梯形。故用梯形求積之法。（見直線形。）求得兩梯形之積。而併之。卽爲三廣形積也。舊術以上下闊相加折半。加中闊與長相乘。得積。此必上下兩截長數相等者。然後可算。若上下不相等。須用梯形算之。

㊆設如眉形。兩尖相距弦長二十四尺。外弧距弦九尺。內弧距弦四尺。求積幾何。

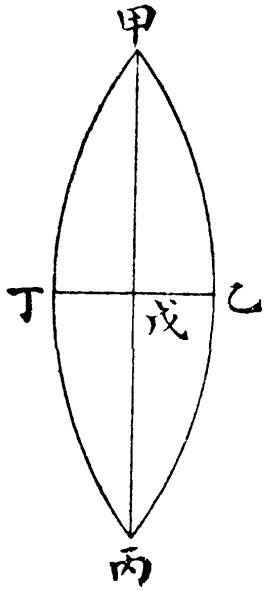
法以兩尖相距二十四尺爲弦。外弧距弦九尺爲矢。用弧矢求積法。九尺爲首率。弦二十四尺。折半得十二尺。爲中率。求得末率十六尺。加矢九尺。得二十五尺。爲圓徑。折半得半徑十二尺五寸。爲一率。半弦十二尺爲二率。半徑十萬爲三率。求得四率九萬六千。爲半外弧之正弦。檢八線表。得七十三度四十五分。爲半外弧之度分。倍之得一百四十七度三十分。爲外弧之度分。乃以三百六十度爲一率。外弧一百四十七度半爲二率。全徑二十五尺。求得全周七十八尺五寸三分九釐八毫爲三率。求得四率三十二尺一寸七分九釐五毫爲外弧之數。與半徑十二尺五寸相乘折半。得二百零一尺。十



二寸十八分。爲自圜心所分弧背三角形積。又以矢九尺。與半徑十二尺五寸相減。餘三尺五寸。與弦二十四尺。相乘折半得四十二尺。爲自圜心至弦所分直線三角形積。與弧背三角形積相減。餘一百五十九尺一十二寸一十八分。爲外弧矢全積。（見曲線形。）又以兩尖相距二十四尺。爲弦。內弧距弦四尺爲矢。亦用弦矢求積法。求得內弧矢虛積六十五尺三十七寸六十分。與外弧矢積相減。餘九十三尺七十四寸五十八分。卽眉形積也。如圖。甲乙丙丁眉形。甲丙爲弦。乙戊爲外弧矢。丁戊爲丙弧矢。成甲乙丙戊。甲丁丙戊兩弧矢形。故先求得甲乙丙戊弧矢形積。又求得甲丁丙戊弧矢形積。相減卽得甲乙丙丁眉形積也。

㊀設如橄欖形長二尺四寸。闊八寸。求積幾何。

法以長二尺四寸爲弦。闊八寸折半得四寸爲矢。用弧矢求積法。求得弧矢積六十五尺三十七寸六十分。倍之。得一百三十尺七十五寸二十分。卽橄欖形積也。如圖。甲乙丙丁橄欖形。自甲至丙作甲丙線。平分乙丁於戊。則成甲乙丙戊。甲丁丙戊兩弧矢形。故求得弧矢形積。倍之卽橄欖形積也。

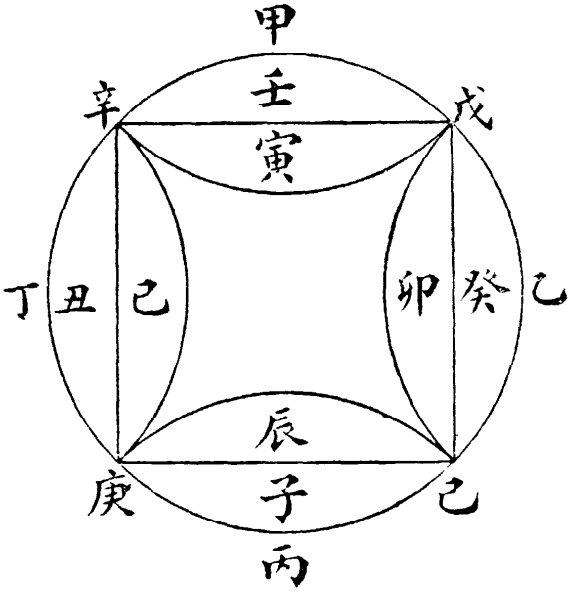


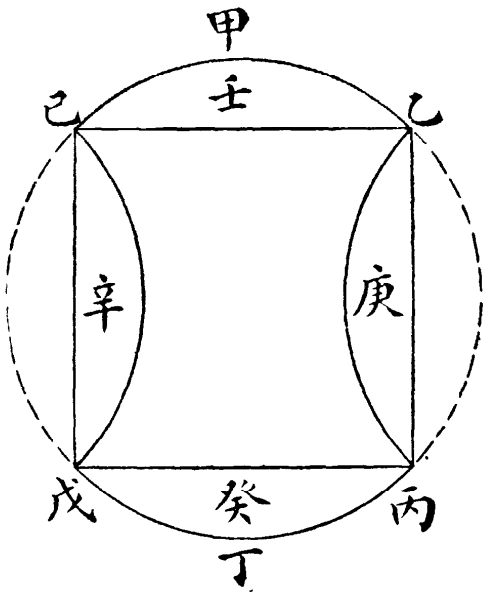
㊁設如錢形。徑一尺二寸。求積幾何。（徑員徑自甲至丙也。）

法以錢形徑一尺二寸求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐又求得內容方積七十二寸相減餘四十一寸零九分七十三釐倍之得八十二寸一十九分四十六釐卽錢形積也如圖甲乙丙丁錢形作戊己己庚庚辛辛戊四線則分爲壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形故先求得圓形積又求得戊己庚辛內方積相減餘壬癸子丑四弧矢形倍之卽得錢形積也

㊃設如銀錠形徑一尺二寸求積幾何（徑甲丁也）

法以銀錠形徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸折半得七十二寸卽銀錠形積也如圖甲乙丙丁戊己銀錠形以甲丁徑自乘折半則得乙丙戊己正方其所虛庚辛二弧矢形與所盈壬癸二弧矢形之積等故乙丙戊正方積卽與銀錠形之積等也





㊀設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐甲圓徑比乙圓徑多三尺乙圓徑比丙圓徑多三尺丙圓徑比丁圓徑多二尺問四圓徑各幾何

法用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率方積一二七三二三九五四爲二率四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐爲三率求得四率二百七十七尺爲四平方共積乃以丙圓徑比丁圓徑所多之二尺自乘得四尺又以乙圓徑比丁圓徑所多之五尺（丙比丁多二尺·乙比丙多三尺·故乙比丁多五尺·）自乘得二十五尺又以甲圓徑比丁圓徑所多之八尺（乙比丁多五尺·甲又比乙多三尺·故甲比丁多八尺·）自乘得六十四尺三數相併得九十三尺與四平方共積二百七十七尺相減餘一百八十四尺爲長方積以丙圓徑比丁圓徑多二尺乙圓徑比丁圓徑多五尺甲圓徑比丁圓徑多八尺相加得十五尺爲長闊

甲

壬	丑
寅	戊

乙

癸	卯
辰	巳

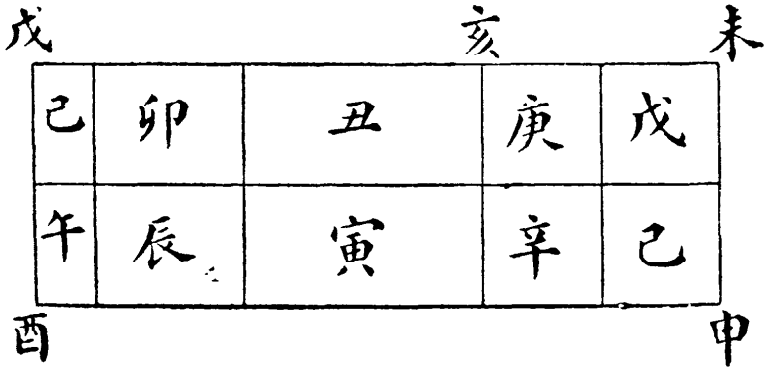
丙

子	巳
午	庚

丁

辛

之較用帶縱較數開平方法算之．得闊八尺．二歸之．得四尺．即丁圓徑．加二尺得六尺．即丙圓徑再加三尺得九尺．即乙圓徑．再加三尺得十二尺．即甲圓徑也．如圖甲乙丙丁四平圓形．變爲甲乙丙丁四平方形．則四圓徑之較．即四方邊之較．故於四方形內．減去壬癸子三較方．餘戊己庚辛四小正方．丑寅卯辰巳午六長方．共成未申酉戌一長方．戌亥爲長闊之較．即三邊較之共數．故用帶縱較數開平方法算之．得闊．折半而得丁方邊．即丁圓徑遞加之．即得甲乙丙各圓徑也．



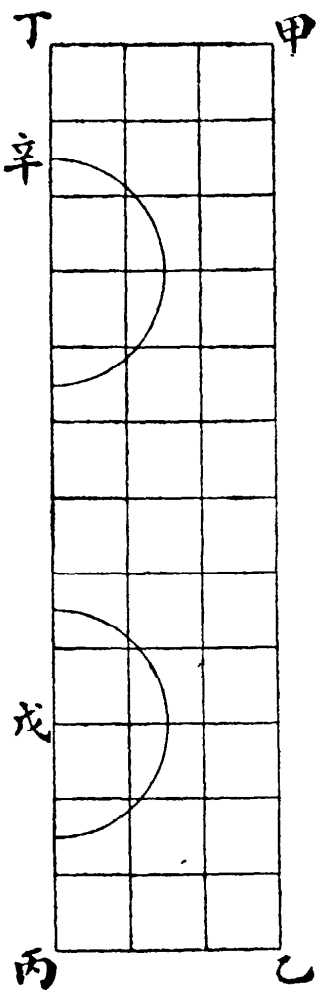
㊀今有方田．內開一員池．其田四邊至池界皆十五丈．以古率方內容員．得方積四分之三算之．則田積爲二千九百二十五丈．若以今定率員得方積一百丈之七十八丈五三九八一六算之．則田積爲二千八百九十三丈一四一六五六．問田邊池徑各若干．　曰田邊六十丈．　員徑三十丈．

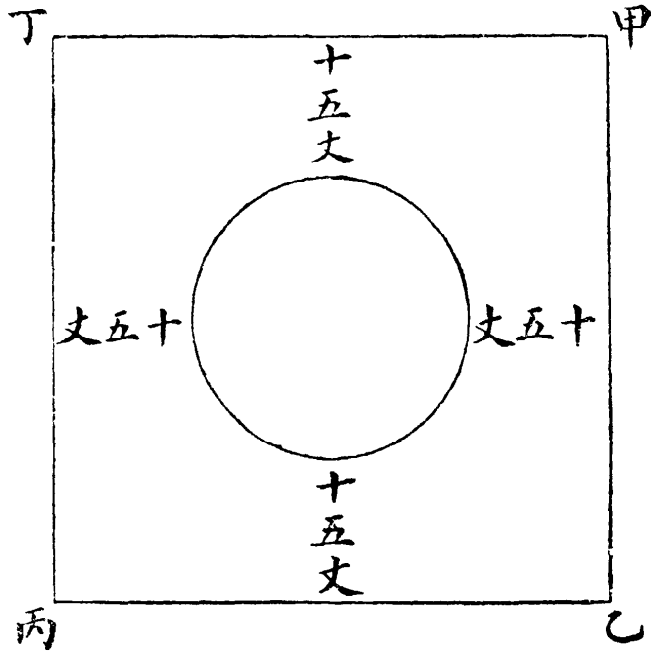
依古法算．以方邊員界相距十五丈．自乘得二百二十五丈．三因之．得六百七十五丈爲池積．（十五丈．恰即員半徑三因員半徑．自乘方．即員積也．）　加入田積二千九百二十五丈．得甲乙丙丁方積三千六百丈．將上圖中剖而連長

之。變爲長方。如下圖。

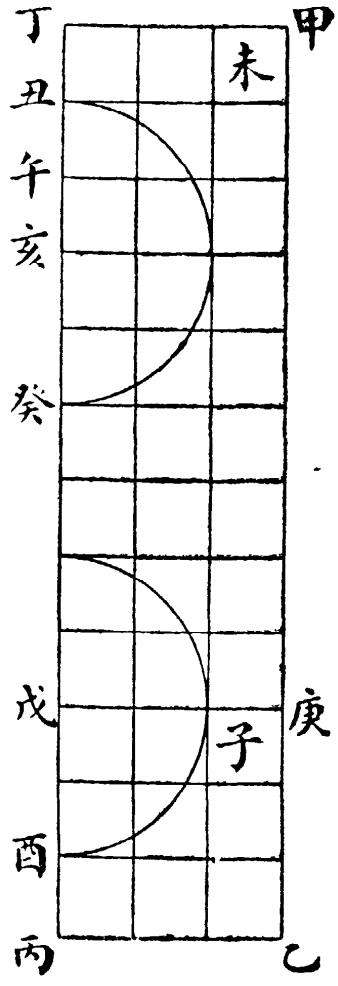
丁丙長一百二十丈。乙丙闊三十丈。置丁辛邊距十五丈。六因之。得丁戊九十丈。爲縱方。戊丙爲正方邊。以帶縱較數開平方法開之。得丙乙。卽戊丙三十丈。倍之得六十丈。卽田邊也。減兩距三十丈。餘三十丈爲池徑。

問此條半員徑與邊距相等者也。（皆十五丈。）若半員徑爲戊子二十丈。則邊距爲子庚。止十丈自乘得一百丈。三因之。僅得三百丈。不足塡補池積。奈何。曰。雖不足。然六因邊距丙酉。六十丈。加戊丙開方邊三十丈。共亥丙長九十丈。視原長丁丙一百二十丈。爲縮短丁亥三十丈。是將縮短丁亥之冪積九百丈。移塡不足之數也。員半徑二十丈。

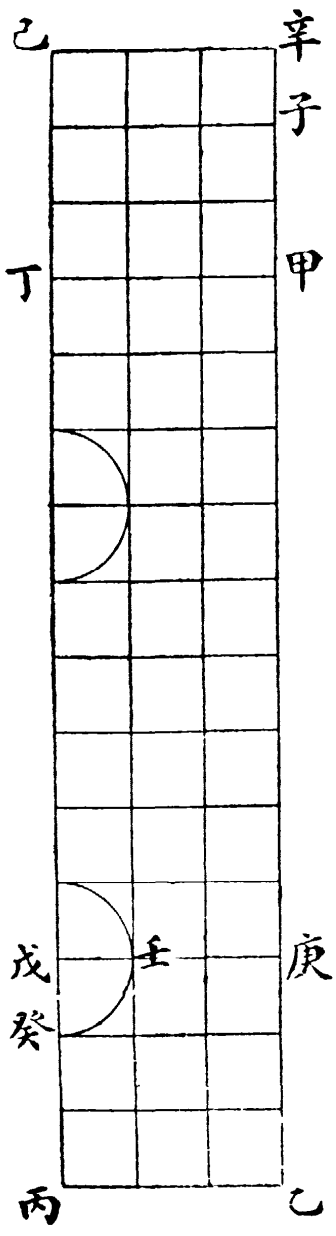




自乘得四百丈。三因之。得池積一千二百丈。前已填三百丈。此又移填九百丈。合之爲一千二百丈。則恰填足矣。亥未。員半徑自乘方也。爲員積三分之一。其積四百丈。甲亥。縮短三十丈。丁亥乘甲丁方也。甲丑乃三分之一。積三百丈。移甲丑三百丈。抵未亥四百丈。計不足一百丈。夫一分抵一分。而少一百丈。則三分抵三分。必少三百丈也。故預填三百丈而足也。



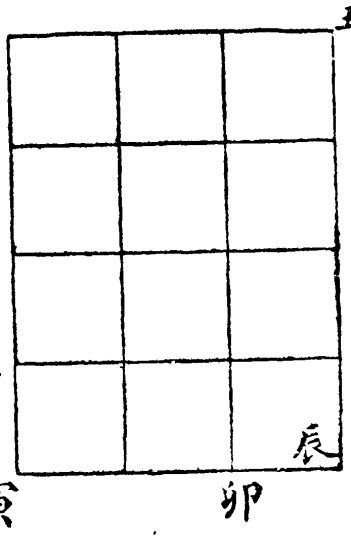
又如員半徑爲戊壬十丈。則邊距爲庚壬二十丈。庚壬自乘得四百丈。三因之。得一千二百丈。以填池積三百丈。雖浮九百丈。然六因邊距癸丙二十丈。則得己戊一百二十丈。加戊丙開方邊三十丈。共己丙一百五十丈。視原長丁丙一百二十丈。爲多己丁三十丈。是將填池浮積九百丈。移爲所多己丁三十丈之冪。己甲九百丈。而無浮也。壬癸半員



徑・自乘一百丈也・爲池積三分之一・丑卯四百丈・爲三因邊距一千二百丈・丑寅・三分之一・丑寅內取辰寅三百丈・已足塡池・積而浮丑午三百丈・移爲辛丁三百丈恰合・

問若照今率田積二千八百九十三丈一四一六五六算・則第一長圖・可以邊距十五丈自乘三因之・六百七十五丈・用增丈率一零四七一九七五四・每積方一百丈・則增四丈七尺一九七五四也・蓋古率方積一百丈者・內容員積七十五丈・今定率則容員七十八丈五三九八一六・以七十五丈・除七十八丈五三九八一六・見每丈得一丈零四七一九七五四・故名增丈率也・乘之得七百零六丈八五八三三九五・與六百七十五丈相減・餘三十一丈八五八三三九五・與二千八百九十三丈一四一六五六相加・得二千九百二十五丈・以合古率・乃照古法算之可矣・不識第二三長圖・亦可照此法用否・曰不可・第二長圖・依古率則田積爲二千四百丈・依今定率則田積乃二千三百四十三丈三六二九四四・以邊距十丈自乘・三因之・三百丈・用增丈率一零四七一九七五四乘之・得三百一十四丈一五九二六二・與三百丈相減・餘一十四丈一五九二六二・與田積相加・僅得二千三百五十七丈五有奇・而與古率之二千四百丈不合・

又第三長圖・依古率・則田積爲三千三百丈・依今定率・則田積爲三千二百八十五丈八四零七三六以邊距二十丈自乘・三因之・一千二百丈・用增丈率乘之・得一千二百五十六丈六三七零四八・與一

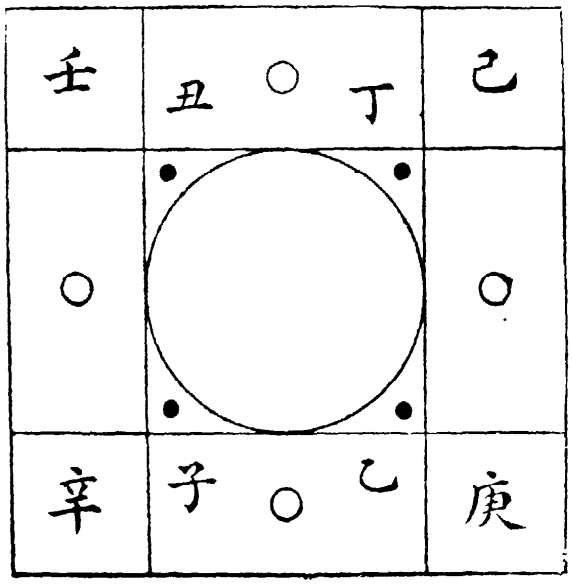


千二百丈相減餘五十六丈六有奇．與田積相加得三千三百四十二丈有奇．亦與古率三千三百不合．故不可用．當照今法算之．

㊀如有方田．內開一員池．其田四邊至池界皆五丈．止知田積三百二十一丈四十六尺零一寸八十四分．問田邊池徑．　曰田邊二十丈．池徑十丈．

法以邊距五丈．自乘得二十五丈．爲己方．四因之．得一百丈．爲己庚辛壬方．於田積內減去．餘二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分．乃圈記四長方．及丁乙子丑方內池外點記之四隅共積也．於是將四記之四長方．與丁乙子丑方相連．如下圖．成丁酉長方．而空池積．

設知丁子丑積．則虛員不虛．與圈記四長方積相加．則得丁酉長方積．內分丁子爲正方．乙酉（圈記四長方連成者．）爲縱方．可用帶縱較數開平方法開之．得丑子每邊十丈．爲池徑．加兩距十丈共二十丈．爲田邊矣．要欲知丁子實積．當先知點記之四隅積爲若干．

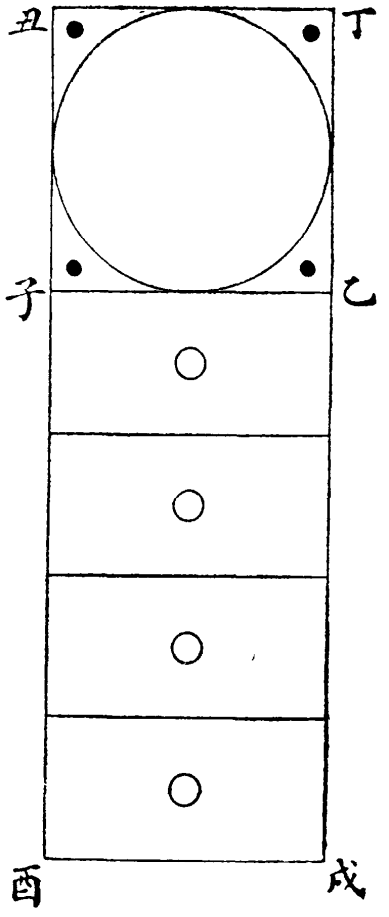


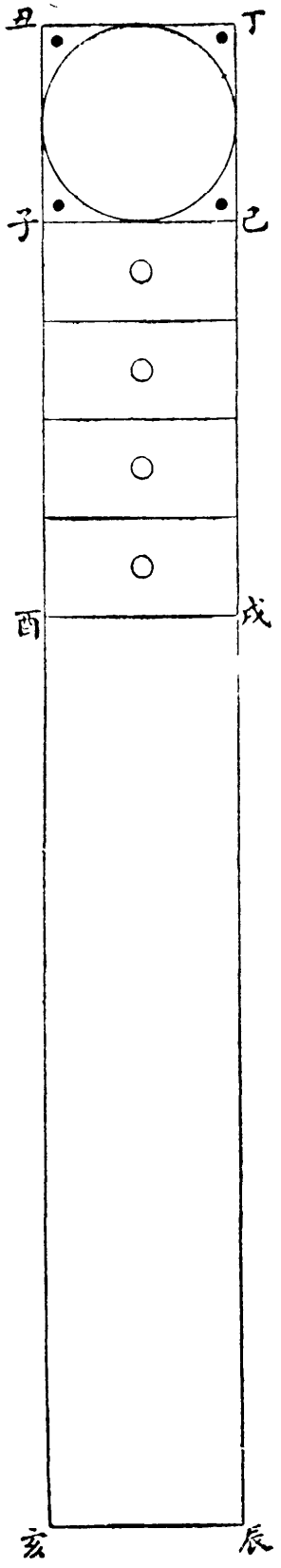
法以定率方積一百丈．內容員積七十八丈五尺三寸九八一六．二數相減．得四隅積二十一丈四六

零一八四爲一率。方積一百丈爲二率。今點記四隅積若干爲三率。求得四率若干卽得丁子正方積。而虛員之分補足矣。然點記之四隅積。混在減餘田積之內。不能預知。法竟用減餘田積二百二十一丈四十六尺零一八四爲三率。

本應用點記之四隅積。今併圈記四長方積用之。

求得四率一千零三十一丈九十五尺八四五八。爲右圖丁亥長方積。內分二



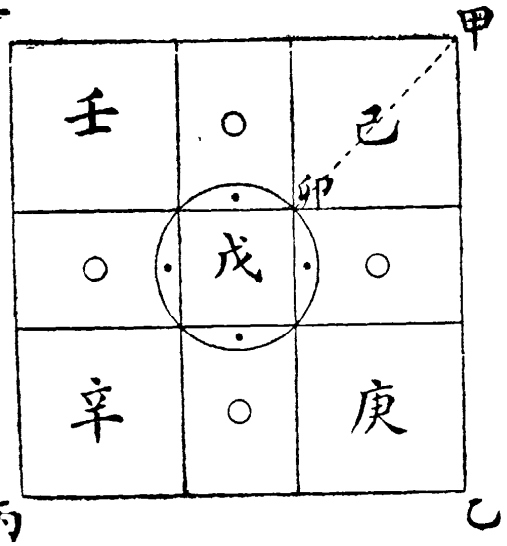


十一丈四六零一八四。點記四隅積。比一百丈。丁子方積。蓋逢一个四隅積。卽得一个方積也。二百丈。圈記四長方積。比九百三十一丈九五八四五八。則又當以丁子爲正方。乙亥爲縱方矣。雖縱方乙辰之長不可知。而積與積之比例。無異

邊與邊之比例。於是又以二十一丈四六零一八四爲一率。一百丈爲二率。此積比積。四長方連長二十丈子酉爲三率。求得四率九十三丈一尺九寸五分。此邊比邊。爲長闊之較。用帶縱開平方法開之。得闊十丈。爲池徑也。

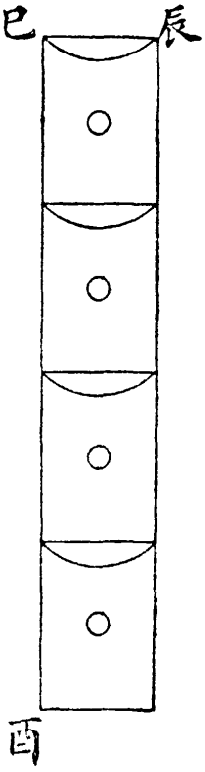
㊁如有田內有員池。其田四角至池邊皆二十一丈二尺一寸三分。其田積一千四百四十二丈九十二尺零三寸六十八分。問方邊員徑。曰。方邊四十丈。員徑十四丈一尺四寸二分。

法以方角離員界甲卯。自乘得四百五十丈。倍得九百丈。爲己庚辛壬四方積。方形對角線自乘積爲方邊自乘積之倍。如己庚故倍之爲己庚辛壬。與田積相減。餘五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分。乃圈記四長方積。而缺點記之四弧矢積也。於是將缺弧矢之圈記四長方連接如下圖。

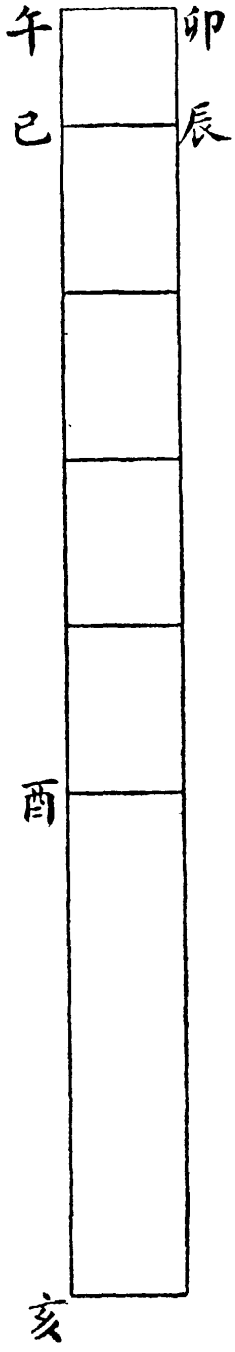


設能知四弧矢積。與五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分相加。則成辰酉長方爲帶縱。而以員池所容之戊方爲正方相連接。可用帶縱和數開方法開之。得戊方邊矣。因不知四弧矢積。又不知戊方積。今欲求之。法當以定率弧矢積二八五三九八一六爲一

率。員內容方積。五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今減餘積五百四十二丈九十二尺零三寸六十八分爲三率。（當所虛四弧矢積爲三率。因不能知。故用此。卽上條之理也。）求得四率九百五十一丈一十六尺三十寸四十八分。爲長方積。



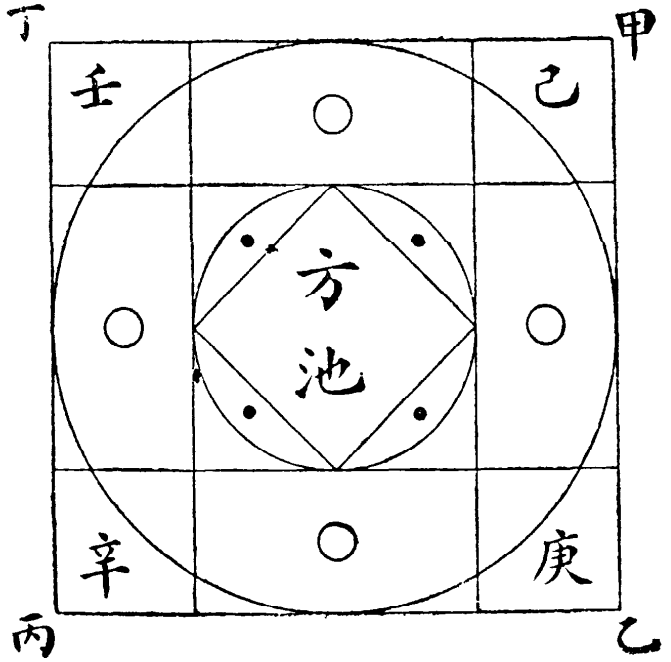
如下圖。比積與積之比例也。



又以二八五三九八一六爲一率。五〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。圈記四長方共長己酉十丈。（以方角離池邊之甲卯。用斜求方法。得未卯十五尺。四因之得六十丈。卽巳酉也。）爲三率。求得四率一百零五丈一尺二寸六分。卽午亥。此邊與邊之比例也。於是以午亥爲長闊和。而用帶縱和數法開之。得辰己十丈。爲戊方之闊。以己方未卯邊十五丈。倍之得三十丈。加辰己十丈。得方田之邊。以戊方邊十丈。求得對角線十四丈一尺四寸二分。卽池徑。

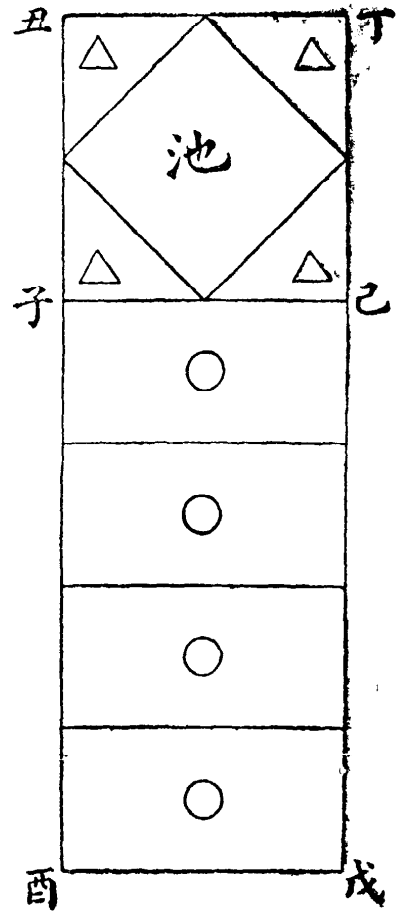
㊥如有員田。內容方池。其員界離方四角各五丈。但知田積二百六十四丈一十五尺九十二寸六十四分。問員徑方邊。　曰員徑二十丈。方邊七丈七寸一分。

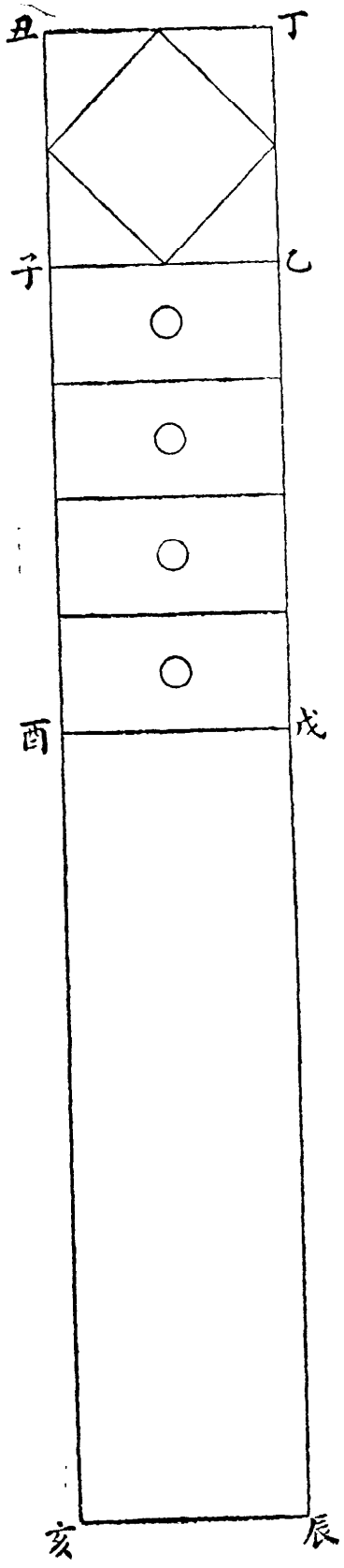
法必須將員田變成方田．乃可倣上法算之．而此員田中虛方池之積．乃員環而帶點記四弧矢者．查員環變方環法．用方員比例定率．以員積七八五三九八一六爲一率．方積一〇〇〇〇〇〇〇爲二率．員環積爲三率．求得四率爲方環積．（員之比方．若員環之比方環也．）今田積二百六十四丈一五九二六．既爲員環兼帶四弧矢．以之爲三率．求得四率三百三十六丈三三八〇二三則不特員環變爲方環．（甲乙丙丁子丑寅卯方環形．）且兼有四弧矢所變之積．（積數詳下．）在內矣．於是以角距五丈．自乘得二十五丈爲己方積．四因之得一百丈．爲己庚辛壬四方積．於三百三十六丈三三八零二三內減去．餘二百三十六丈三三八零二三．爲圜記四長方及四弧矢所變共積．連接．如下圖．



乙酉四長方積也．丁子四弧矢所變積也．四弧矢所變積詳下文爲三十六丈三三八零二三．非丁乙方（一百丈．）與池積（五十丈．）相減所餘．△記四句股積五十丈．勿因圖錯會．今欲將四弧變積三六三三八零二三．變爲一百丈．以補成丁子方爲正方．而以乙酉爲縱方．共成丁酉長方．應以定率員積七八五三

九八一六爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率弧矢積二八五三七八一六爲三率求出弧矢變積三六三三八零二三又以之爲一率方積一百〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率減餘田積二百三十六丈三三八零二三爲三率求得四率六百五十丈零三八七四爲此圖長方積此以積比積則又以丁子爲正方而以乙亥爲縱方矣而縱方之長未知於是又以四弧變積三六三三八零二三爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率四長方相

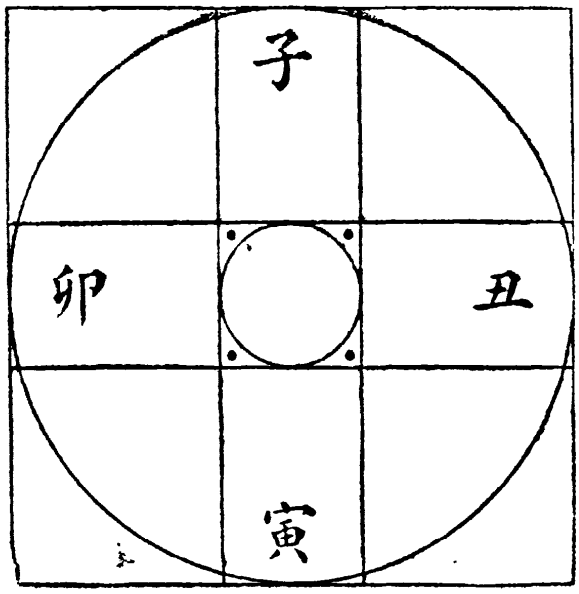




連共長子酉二十丈爲三率。求得子亥長五十五丈零三八七四。（此邊比邊。）爲長闊之較。用帶縱較數開平方法開之。得丁子方闊十丈。卽方池對角斜線。用斜求方法算之。得七丈零七寸一分。卽方池邊也。

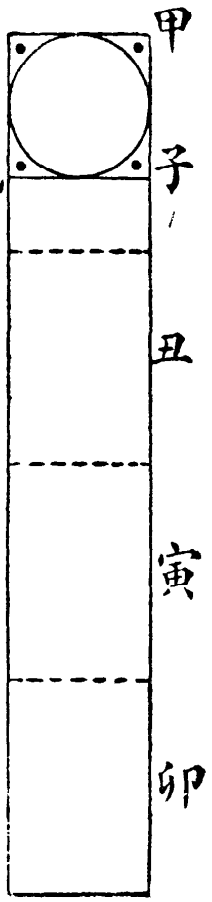
㊄如員田內開方池。但知田界離池邊十五丈。田積一千一百五十六丈六三七零四。問田徑池邊。曰田徑四十丈。池邊十丈。

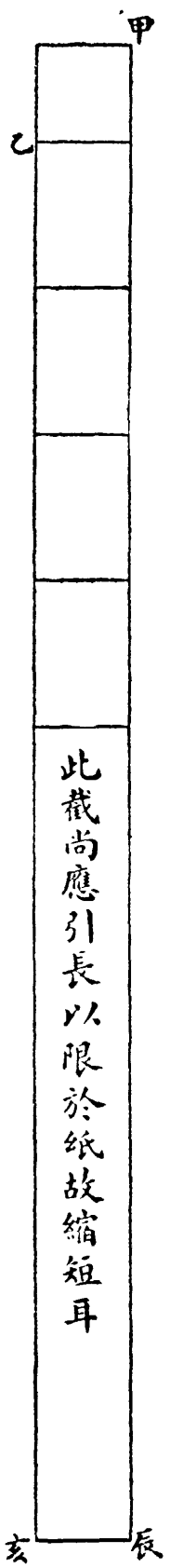
法須將員田變爲方田。乃可倣上法算之。而此田中虛池積。乃員環而少點記四隅者。查員環變方環法。以員積七八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇爲三率。員環積爲三率。求得四率爲方環積。今以田積一千一百五十六丈六三七零四爲三率。則少點記四隅之積。其求得四率方環積。一千四百七二六六七六零四六內。亦必少四隅所變之積矣。（數詳下。）於是以邊距十五丈。自乘而四因之。得九百丈。於一千四百七二六七六零四六內減去。餘五百七十二丈六七六零四六。爲子丑寅卯四長方積。而少點記四隅所變之積。以之連接。如下圖。



子長方內。少點記四隅所變之積。乃二七三二三九五五。何

以知之。以方員定率比例知之。法用定率員積七八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。四隅二一四六零一八四爲三率。求得二七三二三九五五。爲四隅所變之積也。今欲將四隅所變積二十七丈三二三九五五。變爲一百丈。成甲乙方池。爲正方。而以子丑寅卯四長方爲縱方。法當以四隅變積二七三二三九五五爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。減餘田積五百七十二丈六七六零四六爲三率。求得四率二千零九十五丈八八六三六一。爲下圖甲亥長方積。此積比積。則又以甲乙爲正方。以乙辰爲縱方之長未知。於是則又以四

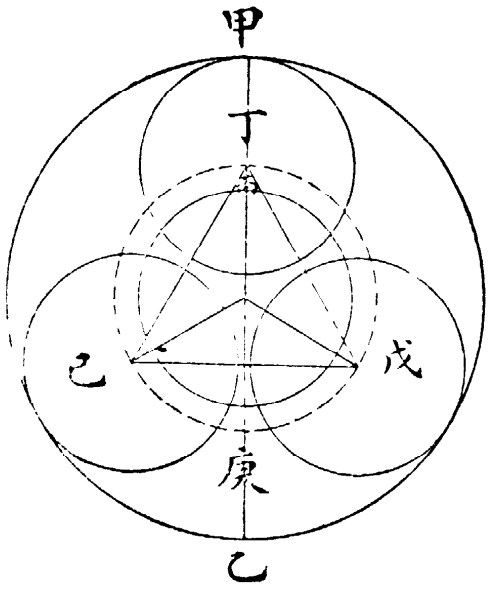


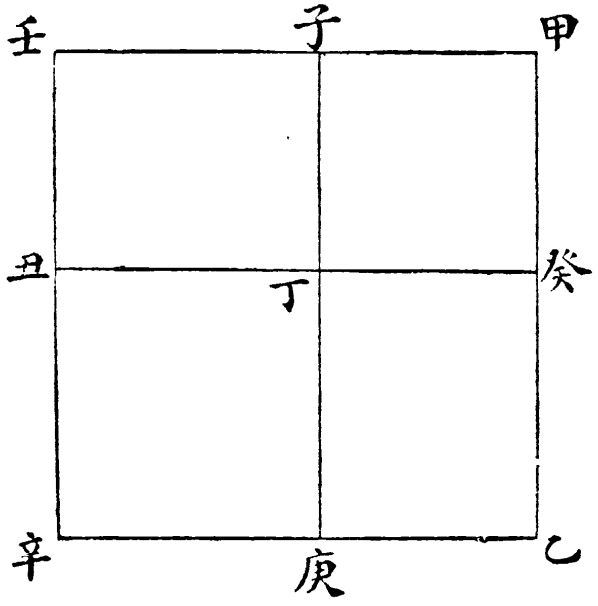


隅變積二七三二三九五五爲一率。方積一百爲二率。子丑寅卯四長方相連共長六十丈爲三率。求得四率二百一十九丈五尺八寸八分。爲長闊和。用帶縱和數開平方法開之。得闊十丈。即方池邊也。

㊂設如有一大球體內容四小球體。如三尖果堆。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。

法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸。倍之得二百八十八寸。爲長方積。以大球徑一尺二寸四因之。得四尺八寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊五寸三分九釐三毫。卽內容四小球之徑也。如圖。甲乙大球體內容丙丁戊己四小球體。試自四小球之中心。俱各作線聯之。則成一四等面體。又以甲乙大球心爲心。丙丁戊己小球心爲界。作一虛員。則成四等面體。外切圓球體。其四面體之一邊。卽小球徑。以四面體外切丁庚虛球徑。加一小球徑。卽大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙辛壬正方形。內甲癸丁子。卽甲丁加庚乙。爲小球徑自乘方。卽四面體每邊自乘方。



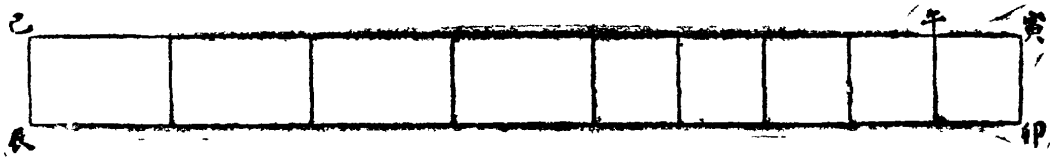


丁庚辛丑。爲四面體外切圓球徑自乘方。癸乙庚丁子丁丑壬。爲四面體之每邊。與外切圓球徑自乘二長方。凡四面體每邊自乘方。爲外切圓球徑自乘方三分之二。（見球內容四面體法。）故甲癸丁子正方形。爲丁庚辛丑正方形三分之二。將甲乙辛壬正方形倍之。則得甲癸丁子二正方。丁庚辛丑二正方。癸乙庚丁四長方。而丁庚辛丑二正方。爲甲癸丁子正方形之三倍。是共得甲癸丁子五正方。癸乙庚子四長方。即與寅卯辰巳長方積等。其巳午長闊之較。爲甲乙球徑之四倍。故四因大球徑。爲較縱。求得闊。即小球徑也。

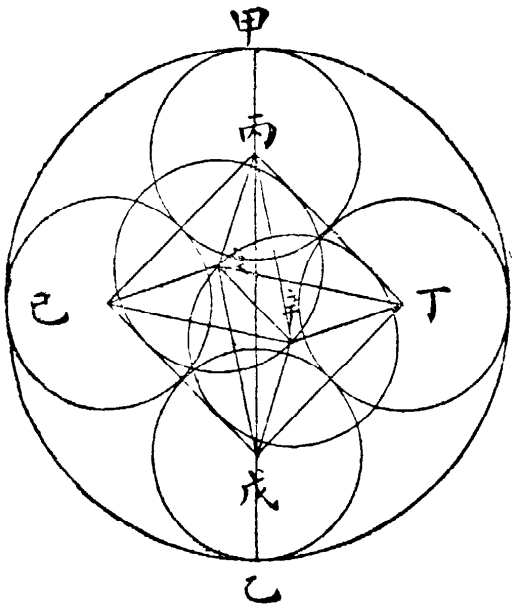
如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑爲四面體之一邊。自乘。二歸三因開平方得四面體外切圓球徑。再加一小球徑。即大球徑也。

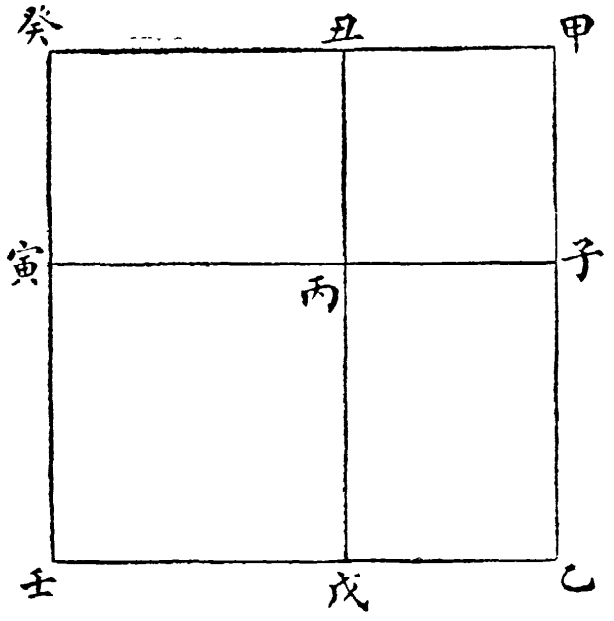
㊂設如有一大球體。內容六小球體。（四方上下各一。）大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。

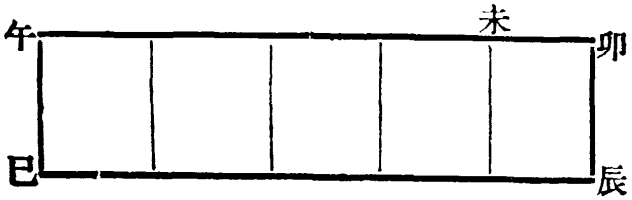
法以大球徑一尺二寸自乘。得一百四十四寸爲長方積。以大球徑一尺二寸倍之。得二尺四寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊四寸九分七釐。即內容六小球之徑數也。如圖。甲乙大球體。內容丙丁戊己庚辛六小球體。試自六小球之中心。俱各作線聯之。則成一八等面體。其八面體之一邊。即小球徑。以八面體之對角線。加一



小球徑。卽大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙壬癸正方形。內甲子丙丑。爲小球徑自乘方。卽八面體每邊自乘方。見球內容八面體法。丙戊壬寅。爲八面體對角線自乘方。子乙戊丙丑丙寅癸。爲八面體之每邊。與對角線相乘二長方。凡八面體每邊自乘方。爲對角線自乘方之一半。故丙戊壬寅一正方。與甲子丙丑二正方等。是甲乙壬癸一正方。共爲甲子丙丑三正方。子乙戊丙二長方。與卯辰巳午長方積等。其午未長闊之較。爲甲乙球徑之二倍。故倍大球徑爲較縱。求得闊。卽小球徑也。如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑



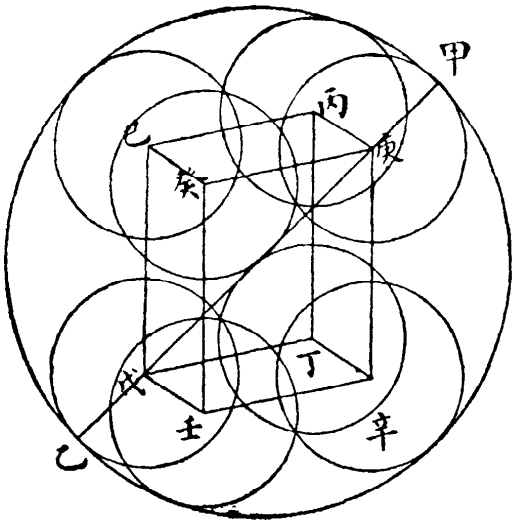


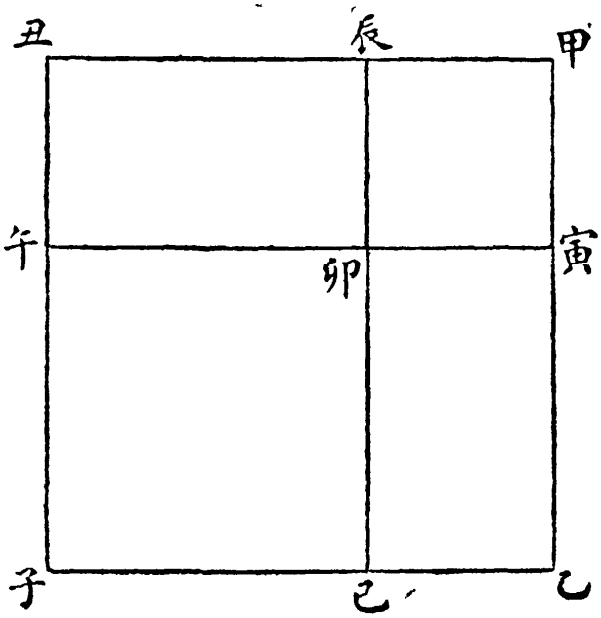


爲八面體之一邊自乘加倍開方得對角線再加一小球徑即大球徑也

㊀設如一大球體內容八小球體上四下四相疊如正方體大球徑一尺二寸求小球徑幾何

法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸折半得七十二寸爲長方積以大球徑一尺二寸爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊四寸三分九釐二毫即內容八小球之徑數也如圖甲乙大球體內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體試自八小球之中心俱各作線聯之則成一正方體其正方體之一邊即小球徑以正方體之丙壬對角斜線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙子丑正方形內甲寅卯辰爲小球徑自乘方卯巳子午爲正方體對角斜線自乘方寅乙巳卯辰卯午丑爲小球





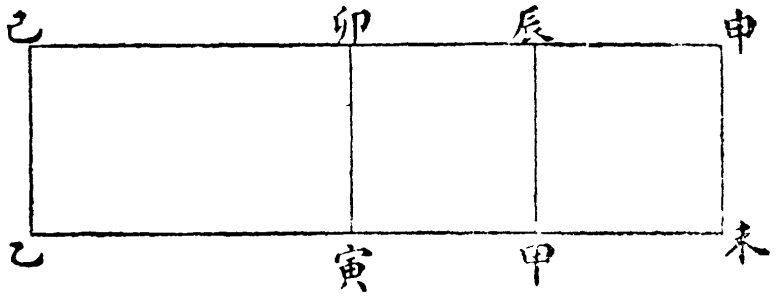
徑乘正方體對角斜線。二長方。凡正方對角斜線自乘方。爲每邊自乘方之三倍。見球內容正方體法。故卯巳子午正方形。爲甲寅卯辰正方形之三倍。加甲卯方爲四。折半卽得未甲辰申甲寅卯辰二正方。乙卯卯丑二長方。折半得寅乙巳卯一長方。共成未乙巳申一長方。甲乙球徑。卽長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得闊卽小球徑也。如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑爲正方體之一邊。自乘三因之。開平方得正方體對角斜線。再加一小球徑。卽大球徑也。

附古法解

負隅

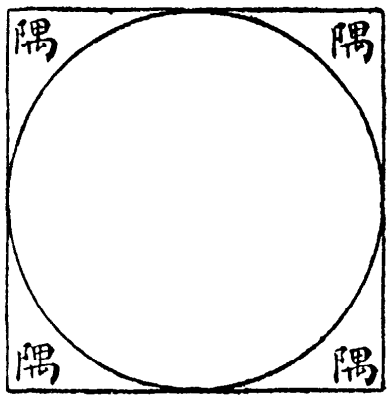
古法以一二五爲負隅。一謂員徑也。如平方根一尺內容徑一尺之員。員與方較積。則方根一尺自乘得方積一尺。員徑一尺。依徑一周三古率。則周爲三尺。周徑各折半相乘。得員積七寸五分。是員積比方積少二寸五分。故曰負。負者少也。方程篇名少爲負可證。而其所少之二寸五分。乃四隅積。故曰負隅也。

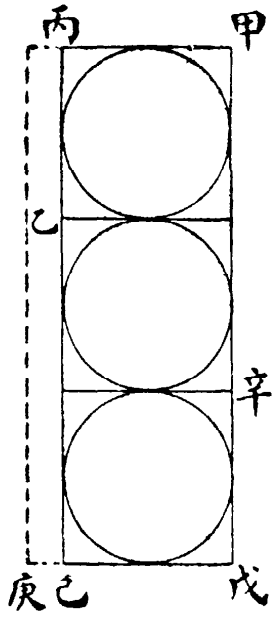
㊀則欲補足所少四隅之二寸五分。而變員積爲方積。當將員徑戊己一尺。加己庚二寸五分。共戊庚一

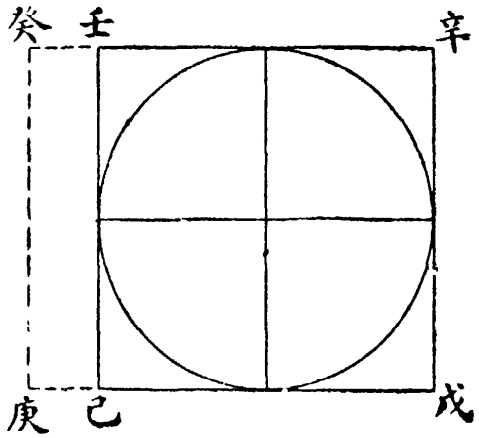


尺二寸五分．以員徑壬己乘之．得一尺二寸五分．其壬己乘戊己所得之一尺爲虛積．壬己乘己庚所得之二寸五分爲實積．將虛積一尺．以七五約之．得實積七寸五分．合之共得實積一尺．而員積變爲方積矣．

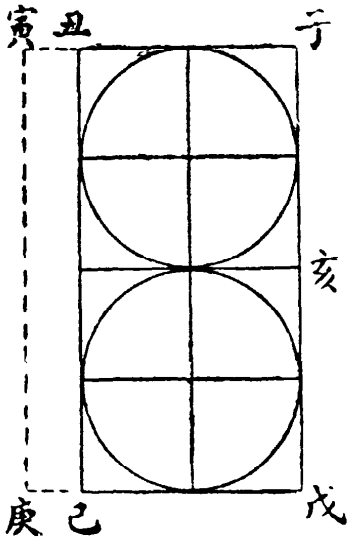
㊁然則今有三平員．皆徑一尺．欲變爲長三尺闊一尺之長方積．當照上例．以戊己員徑一尺．（即長方之闊．）如己庚二寸五分．爲戊庚一尺二寸五分．與三員徑共丙己三尺．（即長方之長．）相乘．得積三尺七寸五分．其丙己乘戊己所得之三尺爲虛積．丙己乘己庚所得之七寸五分爲實積．將虛積三尺．以七五約之．得實積二尺二寸五分．合之共得實積三尺．而變三員爲長方矣．



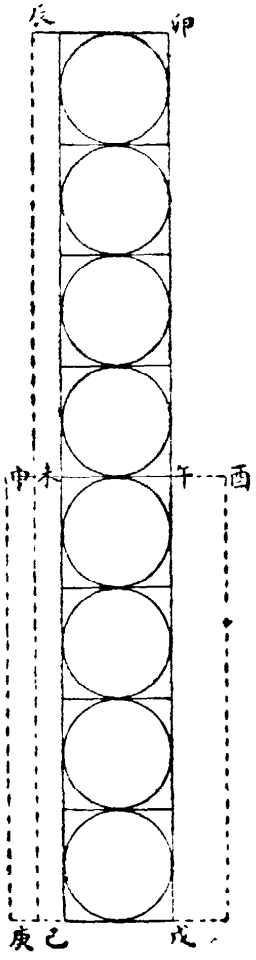




㈢又有兩平員。皆徑二尺。欲變爲長四尺闊二尺之長方積。亦照上例以員徑戊己二尺。（即長方之闊。）乘負隅一二五。得戊庚二尺五寸。以兩員徑共丑己四尺。（即長方之長。）乘之。得十尺。其丑己乘戊己所得八尺爲虛積。丑己乘己庚所得二尺爲實積。將虛積八尺。以七五約之。得實積六尺。合之得實積八尺。而變二員爲長方矣。



㈣又試將兩平員。皆徑二尺。改爲八平員。皆徑一尺。欲變爲長八尺闊一尺之長方積。亦照上例以員徑戊己一尺乘負隅一二五。得戊庚一尺二寸五分。與八員徑共辰巳八尺相乘。得積十尺。其辰己乘戊己所得八尺爲虛積。辰己乘己庚所得二尺爲實積。將虛積八尺以七五約之。得實積六尺。合之共得實積八尺而變八員爲長方矣。



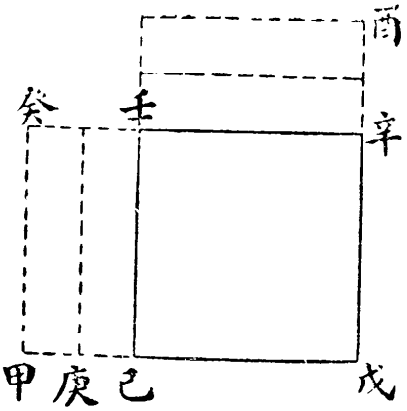
移辰午爲酉戊。移辰未爲申庚。即同下圖。

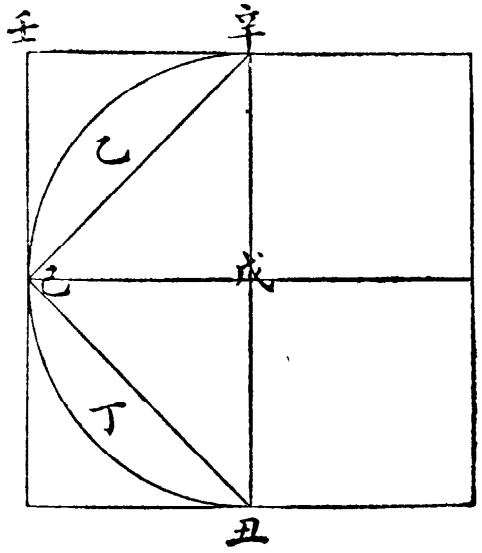
弧矢求積

㊀如平員徑二尺。平剖之爲弧矢形。（即半員。）弧長二尺。矢長一尺。問弧矢積。曰一尺五寸。

古法以半弦一尺。加半矢五寸共一尺。乘矢得積。

辛己丑弧矢形。戊己矢一尺。辛戊半弦一尺。○辛己丑弧矢形。比辛己丑三角形。多乙丁兩弧矢。今以戊己矢。乘辛戊半弦。（前法爲矢乘半弦。半矢分之爲矢乘半弦。）即同三角求積法。以戊己中垂線乘辛戊半底線。成辛己方一尺。爲三角積。而少乙丁兩弧矢積。共五寸也。兩弧矢積少五寸。則一弧矢積少二寸五分。與負隅第一條圖。一方四隅。負二寸五分同。當照彼法。以戊己矢一尺加己庚二寸五分。共戊庚一尺二寸五分。以壬己乘之。得積一尺二寸五分。其壬己乘己庚所得壬庚二寸五分。爲補四隅積。即同補乙號弧矢積矣。尚有丁號弧矢。亦當照補。故倍己庚爲己甲。加戊己。成戊甲。乘壬己。得二尺五寸。而乙丁兩弧矢俱補足也。夫戊己加己甲。乘辛戊。（即壬己。）猶之辛戊加酉辛。乘戊己也。（移壬申爲壬酉也。）而辛戊

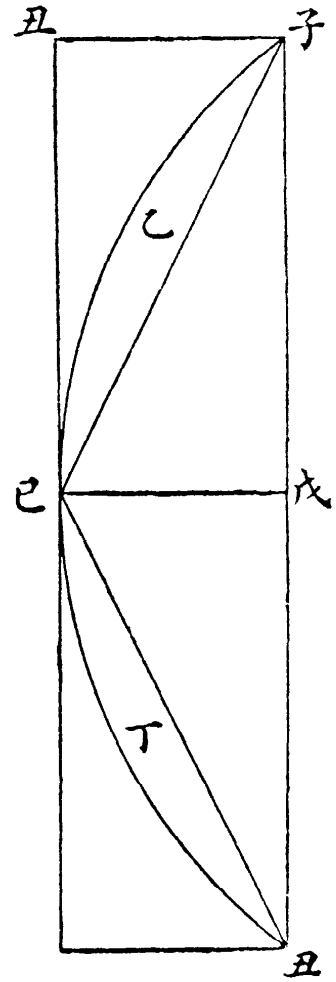




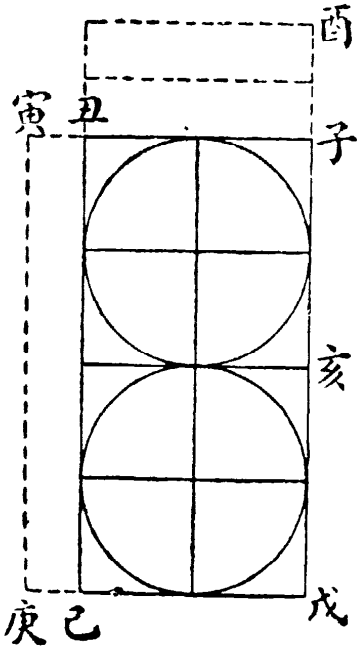
半弦也。酉辛半矢也。故以半弦加半矢爲長耳。

㊀如平員徑十尺。弧矢形弦長八尺。矢長二尺。問弧矢積。曰。十尺。

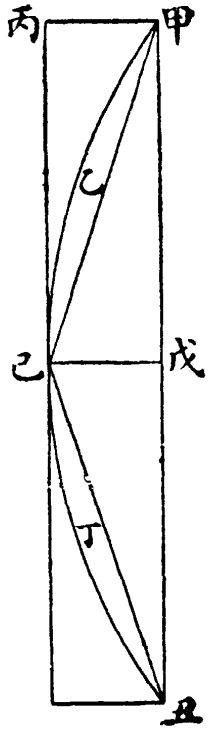
法以半弦四尺。加半矢一尺。共五尺。爲長。與矢闊二尺相乘得積。照上條論。以戊己矢乘子戊半弦。得子己長方積。卽爲子己丑三角積。而少乙丁二弧矢積。共二尺。與負隅第三條圖二方（丑亥。亥巳。）八隅負二尺同。當照彼法。以戊己矢加己庚。乘子戊半弦。得子庚長方積十尺。內子戊乘戊己所得子巳八尺。爲三角積。不用七五約。丑己乘己庚所得丑庚二尺。爲補八隅積。卽爲補乙丁兩弧矢積。夫戊己加己庚。乘子戊。猶之子戊加酉子。乘戊己也。（移丑庚爲酉丑也。）而子戊半弦也。酉子半矢也。故以半弦加半矢爲長耳。



㊁又如平員徑十尺。弧矢弦六尺。矢一尺。問弧矢積。曰三尺五寸。



法以半弦三尺加半矢五寸爲長。與矢闊一尺相乘。得積。照上條論。以戊己矢乘甲戊半弦。成甲己長方。爲甲己丑三角積。而少乙丁兩弧矢積。共五寸。與負隅第二條圖二方。（一乙辛一辛己。）八隅負五寸同。當照彼法。以戊己矢加己庚。乘甲戊半弦三分之二壬戊。得積二尺五寸。而乙丁兩弧矢補足矣。夫戊己加己庚乘壬戊。猶之壬戊加戊酉乘戊己也。（移乙庚爲戊酉也。）而戊酉半矢也。壬戊連原有之甲壬半弦也。故以半弦加半矢爲長也。

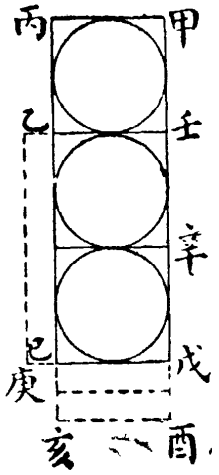


積與弦矢和求弦矢

○準上弧矢求積法論。則有弧矢積。又有弦矢和者。但以弦矢和折半。爲半弦半矢。以除積。即得矢。以矢減弦矢和。即得弦矣。

積與員徑求弦矢

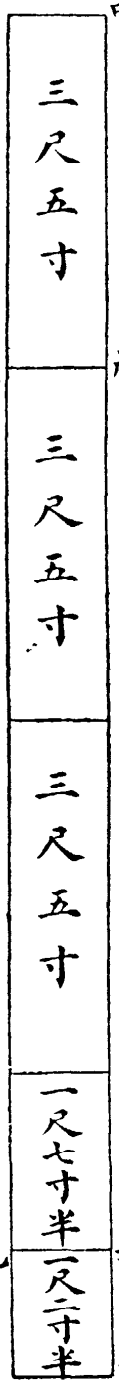
○上條有弧矢積。又有弦矢和。乃可求弦矢。則有積而無弦矢和。即不能求矣。然無弦矢和。而有員徑。則亦可求。法如右。



㊀今有員徑十尺。欲截一弧矢形積三尺五寸。問截弦矢若干。曰矢一尺。弦六尺。

法置積三尺五寸。自乘得一十二尺二寸五分。（成甲乙長方形。）爲實。照三乘方法。（以積乘積。是三乘方也。）故用三乘方法。以積三尺五寸爲上廉。初法。（甲己。）又以徑十尺爲下廉初法。（戊申。）合計二初法。共一十三尺五寸。約與實等。（雖此比實多七寸五分。因非定法。倘有下文所減。故約與實等。）可商矢一尺。（甲丙。）隨以商矢一尺乘上廉初法。得三尺五寸。（甲己。）爲上廉定法。

又以一二五爲負隅。與商矢一尺相乘。得一尺二寸五分。於下廉初法十尺。（戊申。）內減去。餘八尺七寸半。（戊壬。）以商矢一尺乘之。得八尺七寸半。（戊乙。）



再乘之。如故爲下廉定法。合二定法。共一十二尺二寸五分。爲法。法實相等。則以法除實。得矢一尺。

解曰。前論有弦矢和者。則以弦矢和折半。爲半弦半矢。以除積。即得矢。今不知半弦半矢相和之數。故用積三尺五寸。自乘得一十二尺二寸五分。（甲乙。）爲實。是爲截積者三个半也。而以商矢與截積相乘一次。得三尺五寸。爲上廉定法。又以商矢與餘徑八尺七寸五分相乘二次。得八尺七寸五分。爲下廉定法。而合二定法爲法。是爲半弦半矢者亦三个半也。內上廉用截積得一个。下廉用餘徑得二个半。

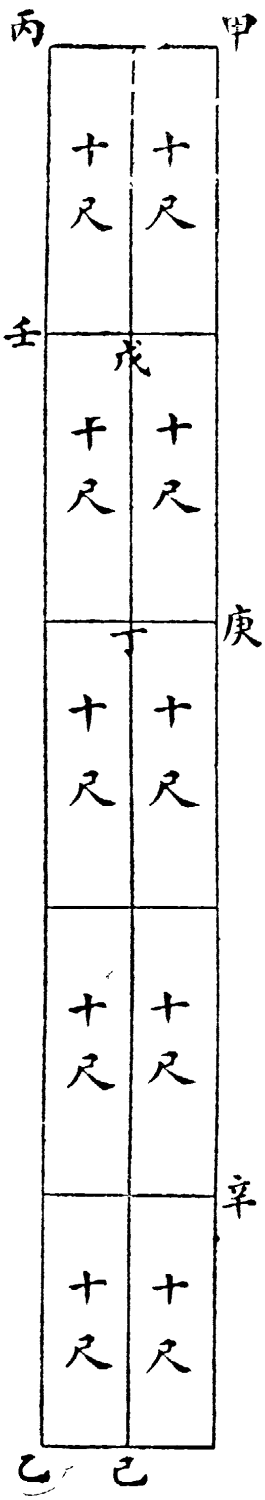
所以然者。弦矢和七尺。與徑十尺並立。則相比於徑十尺內。減去一尺二寸五分。本條一法當一積。（截積與半弦矢。皆三個半。是一法當一積也。）應以一積三尺五寸。除餘徑八尺七寸五分得二五。乃二個半半弦半矢也。合上下廉定法。既得三个半半弦半矢。以除三个半截積。得矢一尺。猶之以一个半絃半矢。除一個截積。得矢一尺耳。其以商矢一尺。與上廉初法相乘一次。而與下廉初法減餘之徑相乘。乃二次。何也。曰。上廉乃截積原以矢乘半弦半矢所得。今以矢乘之。亦矢乘半弦半矢二次也。故餘徑亦須以矢乘二次。皆初乘以求闊。再乘以求長也。

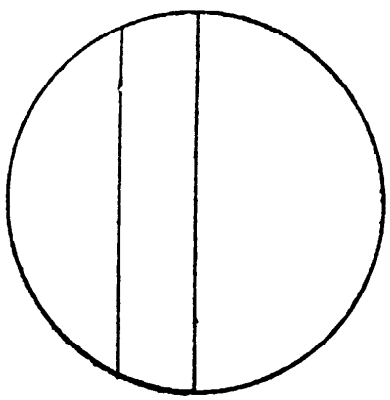
一法。倍積得七尺。自乘得四十九尺。爲實。（是將前實一十二尺二寸五分而四之也。）照三乘方法。四因截積三尺五寸。得十四尺爲上廉初法。（是將前上廉初法三尺五寸。而四之也。）又四因徑十尺。得四十尺。爲下廉初法。（是將前下廉初法十尺而四之也。）商矢一尺。以乘上廉初法十四尺。得十四尺。爲上廉定法。又以五爲負隅。（是將前負隅二二五而四之也。）以商一尺乘之。得五尺。與下廉初法四十尺相減。餘三十五尺。以商矢一尺自乘得一尺。以乘減餘之三十五尺。得三十五尺。（即以矢一尺乘減餘三十五尺二次。）爲下廉定法。合二定法。共四十九尺。爲法。法除實。得矢一尺。

㊁如平員徑十尺。弧矢積十尺。問弦矢。曰矢二尺。弦八尺。

法以積十尺。自乘得一百尺。（成甲乙長方形。）爲實。是十个截積也。照三乘方法。以積十尺爲上廉初法。（甲己

又以徑十尺爲下廉初法。合計二初法。共二十尺。約可及實之半。法不及實。則商矢必在一尺以上。而定法必有所加。故約可及實之一半也。可商矢二尺。甲丙隨以矢二尺乘上廉初法十尺。得二十尺爲上廉定法。甲丁以一二五爲負隅。乘商矢二尺。得二尺五寸。以減下廉初法十尺。餘七尺五寸。以商矢二尺自乘。得四尺。以乘減餘七尺五寸。得三十尺。庚己○此卽以矢二尺乘減餘二次也。爲下廉定法。合二定法。共得五十尺。甲己爲法。是五個半弦半矢也。內上廉定法得二個。甲丁下廉定法得三個。庚己所以然者。弦矢相和十尺。與徑十尺並立相比。各以矢闊二尺乘之。爲二十尺。與二十尺相比。於徑二十尺內減去五尺。餘十五尺。二因徑十尺。得二十尺。減五尺。而餘十五尺。猶之徑十尺。減二尺五寸。以二因之。得十五尺也。本條一法當二積。截積十个半弦半矢五个。是二積而一法也。故以二因之。得三十尺。一積十尺。二積二十尺。一法當二積是法十尺。卽爲二十尺。法十五尺卽爲三十尺也。以積十尺。除三十尺。得三。乃三个半弦半矢也。合上下廉二法。既得五个半弦半矢。以除十个積。得





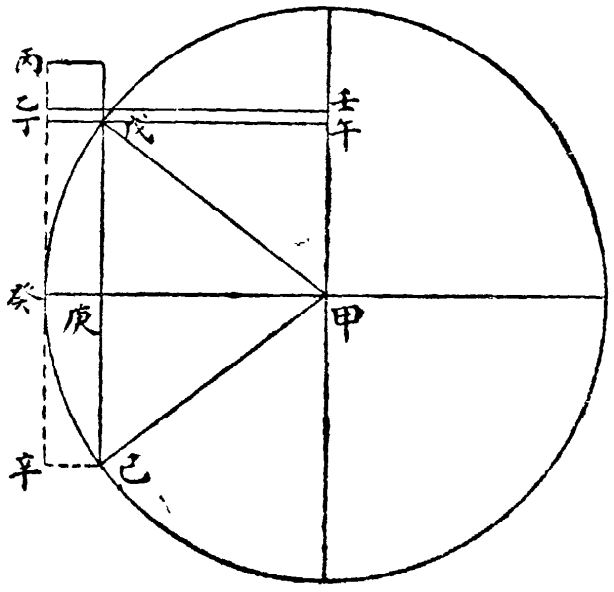
矢二尺。猶之以一个半弦半矢。（如辛己。）除二个積。（如辛乙。）得矢一尺耳。

員徑弦矢求弧背

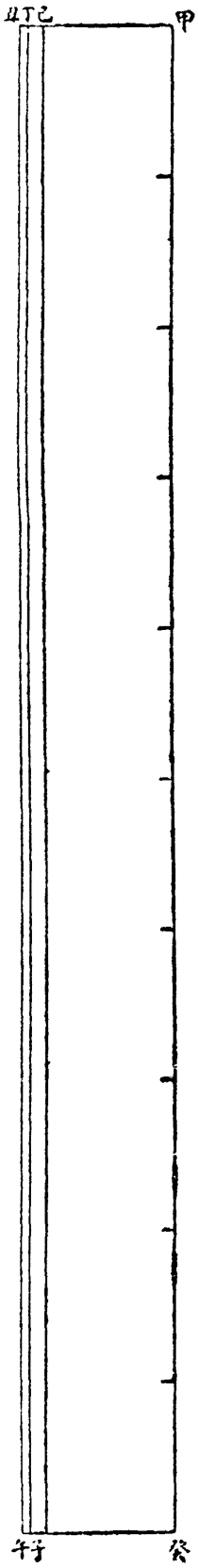
㊀如員徑十尺。戊癸己弧矢形。戊己弦六尺。癸庚矢一尺。問戊癸己弧背長若干。曰六尺二寸。古法。以癸庚矢一尺。（戊丁同。）自乘得丙戊一尺。（變爲壬丁長方。其長午丁。半徑五尺。其闊乙丁二寸。）即以半徑午丁五尺（即甲癸。）除之。得乙丁二寸。以加丁辛弦。（即戊己。）六尺。得弧背長六尺二寸。解曰。戊癸己甲形求積。古法。以戊癸半弧背三尺一寸。乘甲癸半徑五尺。得積一十五尺五寸。內戊癸己弧矢形。積三尺五寸。爲丙庚長方。戊甲己三角形積十二尺。爲午庚長方。合之成壬癸長方（移丙戊爲壬丁也。）故以甲癸除之。得乙癸。加癸辛半弦。得乙辛也。

員徑弧背求弦矢

㊁如員徑十尺弧背六尺二寸。問弦矢。曰矢一尺。弦六尺。古法以半弧背三尺一寸。自乘得九尺六寸一分。爲半弧背冪。以徑十尺。自乘得一百尺。爲上廉。以上廉（一百尺。）乘背冪。（九尺六寸一分。）得九百六十一尺。爲實。以上廉一百尺。乘徑十

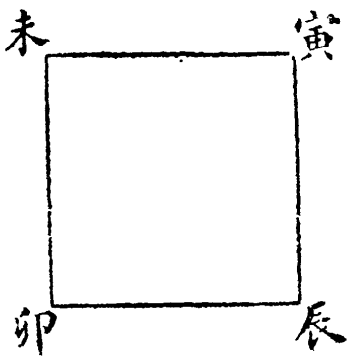


尺。得一千尺。爲益縱方。計實少於益縱方三十九尺。爲下圖明之。將此背冪扯長。變爲長九尺六寸一分。與徑十尺相比。則少於徑三寸九分。一冪少於一徑三寸九分。則百冪少於百徑三十九尺矣。故背冪與徑。皆以上廉一百乘之而見實少於益縱方三十九尺也。甲癸長一百尺。甲丑闊十尺。乘得甲午長方積一千尺。蓋縱方也。



甲癸長一百尺。甲丁闊九尺六寸一分。乘得甲子長方積九百六十一尺。正實也。二者相減。餘丁午長方。其長一百尺。其闊丁丑三寸九分。積三十九尺。於是初商己丑一尺。弧冪既扯長爲九尺六寸一分。則有長必有闊。故商闊一尺。即矢也。乘上廉一百尺。即丑午。得己午一百尺。一个九尺六寸一分商一尺。則一百个九尺六寸一分。共商得一百尺也。於益縱方內減去餘己癸長方九百尺。爲縱方反少於實六十一尺矣。則少己子長方之故也。長一百尺。闊已丁六寸一分。又將己子長方。變爲長十尺。闊六尺一寸之寅卯長方。一百尺乘六寸一分。變爲十尺乘六尺一寸也。

寅辰長十丈徑也。寅未闊六尺一寸。積六十一尺。以待補。於是以徑十尺乘全弧背六尺二寸。得積六十二尺。爲下廉。除補縱方所少六十一尺外。倘多一尺。則寅未闊加多一寸之故也。而初商一尺。自乘得積一尺。與下廉六十二尺相減。闊多一寸。以徑十尺乘之。得一百寸。變爲正方。故以初商一尺自乘減之。餘六十一尺。以初商一尺乘之。如故。爲縱廉。併縱方九百尺。縱廉六十一尺。共九百六十一尺。爲法。法與實等。以初商一尺乘法九百六十一尺。如故。與實相減恰盡。此如以法除實而除盡也。定法商爲一尺。



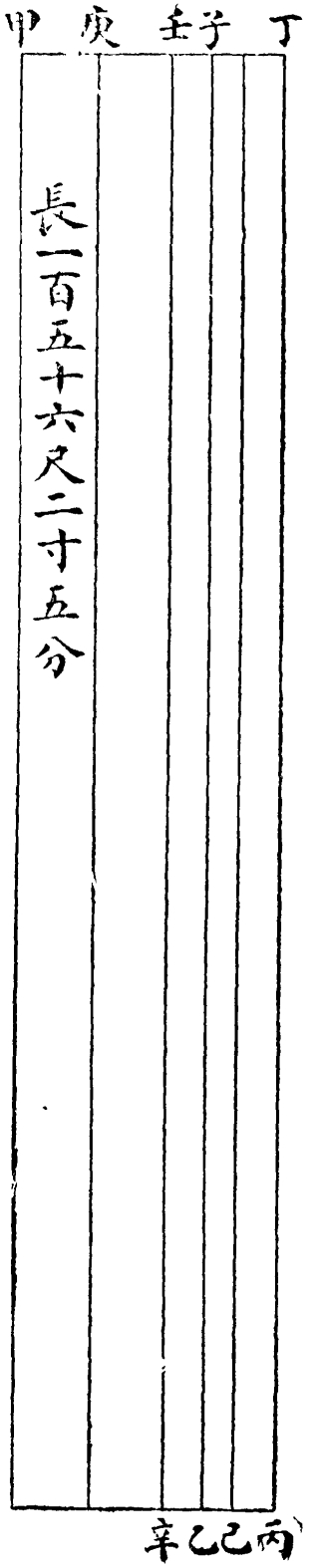
㈡如員徑十尺。弧背八尺八寸。問弦矢。曰矢二尺。弦八尺。

法以半弧背四尺四寸自乘得十九尺三寸六分。爲半弧背冪。以徑十尺。自乘得一百尺。爲上廉。上廉一百尺。乘徑十尺。得一千尺。爲益縱方。是一百个徑○一个徑比一个背冪。少九尺三寸六分。則一百个徑比一百背冪。少九百三十六尺。爲實。是一百个背冪。扯直爲長。與背冪一十九尺三寸六分。扯直爲闊。相乘得一千九百三十六尺。爲實。是一百个背冪。初商二尺。背冪既扯直爲長。則有長必有闊。上條益縱方。多於實。則法數必與實等。故商一尺。此條益縱方少於實。則法數必不能與實等。而所商必在一尺以上。故商二尺也。○商二尺。則法數當少於實一半也。乘上廉一百尺。得二百尺。一个背冪。商二尺。則一百个背冪。各商二尺。而得二百尺。以減益縱方一千尺。餘八百尺。爲縱方。是縱方比實一千九百三十六尺。少一千一百三十六尺也。然以法當少實一半言之。則比半實九百六十八尺。爲少一百六十八尺。則以長雖一百尺。而闊比十九尺三寸六分之半。九尺六寸八分。少一尺六寸八分也。何者。實長一百尺。闊十九尺三寸六分。則半實。乃長一

百尺。闊九尺六寸八分。縱方長一百尺。闊八尺。是比半實闊少一尺六寸八分也。將長一百尺。闊一尺六寸八分。變爲長十尺。闊十六尺八寸。其積爲一百六十八尺。以待補。以徑十尺乘全弧背八尺八寸得八十八尺爲下廉。是補一半而四尺也。○少一百六十八尺。半之爲八十四尺。其長十尺。其闊八尺四寸。今補八十八尺。其長十尺。其闊八尺八寸。故積多四尺也。以初商二尺自乘得四尺。所多四尺。即初商自乘數也。以減下廉餘八十四尺。以初商二尺乘之得一百六十八尺。爲縱廉。則補足所少一百六十八尺矣。○此無異補兩个八十八尺。減兩个四尺也。併縱方八百尺。縱廉一百六十八尺。共得九百六十八尺。爲法。法比實少一半。故以商二尺乘法九百六十八尺。得一千九百三十六尺。與實相減恰盡。定爲初商二尺也。

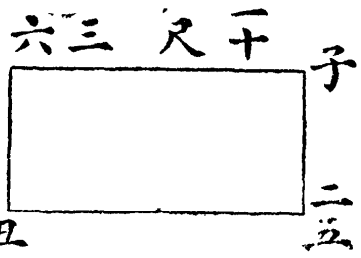
㈢如員徑一十二尺五寸。弧背十一尺。問弧矢。曰矢二尺五寸。弦十尺。

法以半弧背五尺五寸。自乘得數。三十尺零二寸五分。爲半弧背冪。以徑一十二尺五寸。自乘得數。一百五十六尺二寸五分。爲上廉。以上廉爲長。丁丙。背冪扯直爲闊。如丁甲。相乘得數。四千七百二十六尺五寸六分二釐五毫。爲實。甲丙內甲乙三千八百一十五尺二寸五分。爲初商實。丁乙九百一十一尺三寸一分二釐五毫。爲次商實。○是爲背冪者一百五十六二五也。又以上廉乘徑得數。一千九百五十三尺一寸二分五釐。爲益縱方。是爲徑者一百五十六二五也。初商二尺。益縱方比初商實三千八百一十五尺二寸五分。少一半則初商當二尺。乘上廉得數。三百一十二尺五寸。以減益縱方餘數。一千六百四十尺零六寸二分半。爲縱方。庚辛是縱方。比初商實之半庚乙。長方積一千九百零七尺○六寸二分五釐。少壬乙積二百六十七尺也。則以長雖相等。而縱方之庚壬闊十尺零五寸。比庚乙長方之庚子闊十二尺二寸零八釐八毫。少子壬闊一尺七寸零八釐八毫也。而所少之乙壬長方。長一百五十六尺二寸五分。闊一尺七寸零八釐八毫。變爲子丑長方。長一十二尺五寸。闊二十一尺三寸六分。積二百六十七尺。以待補。爲圖明之。



甲乙卽商實也・半之爲庚乙・丁乙次實也・半之爲丁巳・庚辛縱方也・壬乙縱方少於庚乙之積也・變壬乙爲子丑方・以待補・

於是以徑十二尺五寸乘全弧背十一尺得數一百三十七尺五寸・爲下廉・是補一半・而多四尺也・則以長十二尺五寸雖相等・而闊差三寸二分也・以長十二尺五寸・乘三寸二分・正得四寸・多補四尺變爲正方・卽初商自乘數也・與下廉相減餘數一百三十三尺五寸・以初商二尺乘之得二百六十七尺・爲縱廉・則所少補足矣・合縱方一千六百四十尺零六寸二分五釐・縱廉二百六十七尺・共一千九百零七尺六寸二分五釐爲法・以初商二尺乘之得數三千八百一十五尺二寸五分・於實內減之餘九百一十一尺三寸一分二釐五毫爲次商實甲丁闊三十尺零二五・背羃也・丁子闊五尺八寸三二四・背羃之減餘也・是爲減餘背羃者・一百五十六二五・仍以上廉乘徑爲益縱方・是爲徑者一百五十六二五也・計益縱方・多於實一千零四十一尺八一二五・次商五寸・以益縱方多實一半也・何則・法實等者・商一尺・實倍法者・商二尺・則反而言之・法倍實者・當商五寸矣・蓋法少則商多・法多則商少也・



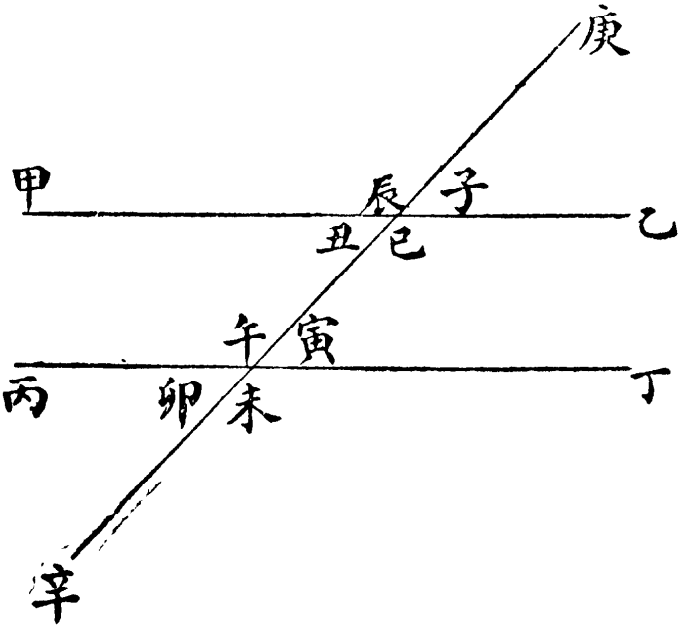
倍初商二尺爲四尺・加次商五寸共四尺五寸・乘上廉得數七百零三尺一

二五。與益縱方。一千九百五三一二五。相減。前既減初商二尺。變益縱方爲縱方矣。今仍用益縱方原數。是仍收回也。餘一千二百五十尺。爲縱方。以法當倍實計之。則多一千二百五十尺。反爲少五百七十二尺。六二五。以倍初商得四尺。合次商五寸。共四尺五寸。作四分半除之。每分得一百二十七尺二寸五分。其長一百五十六尺二五。其闊八寸一分四釐四毫。變爲長十二尺五寸。闊十尺零一寸八分之子丑方。以待補。子丑仍以徑乘倍弧背爲下廉。積一百三十七寸五分。以補一十尺零二五。分作兩个平方。則一爲初商二尺自乘數。一爲初次商共二尺五寸自乘數也。而多五。以減下廉。餘一百二十七尺二五。以四尺五寸。即倍初商加次商數。乘之。得五百七十二尺六二五。爲縱廉。而所少之數補足矣。減法做益縱方論之。合縱方縱廉。共一千八百二十二尺六二五爲法。以次商五寸。一尺之半也。乘之。得九百一十一尺三一二五。減實恰盡。

幾何原本摘要

卷一第二十一二兩節

甲乙丙丁二平行線。上作一庚辛斜線。其相對之角必相等。如子丑兩銳角相對。必相等。寅卯同。辰巳兩鈍角相對。必



相等。是也。午未同。又內外角亦必相等。如子爲外角。在二平行線外。寅爲內角。在二平行線內。必相等。是也。午辰同。又交錯角亦相等。如寅與丑二角相錯。必相等。是也。

第三卷第六節

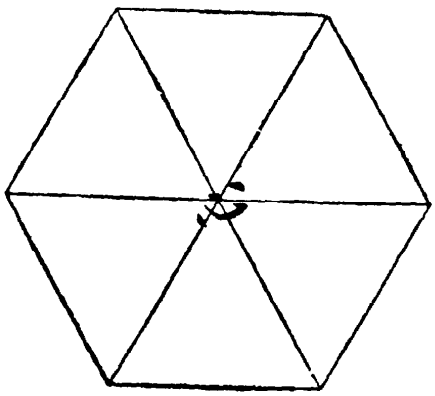
平行線所作方形。於甲乙對角線上。正中庚點。作戊己直線。截分兩形。必相等。以甲庚等庚乙戊庚等庚己甲戊等己乙丁己等丙戊也。

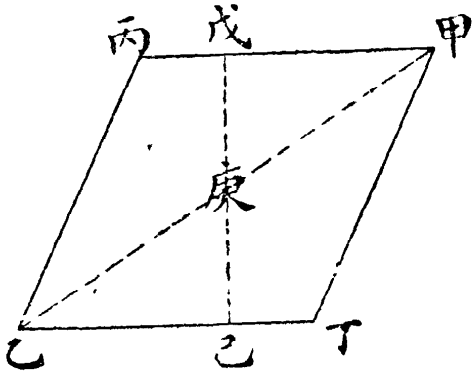
第十五節

欲知衆邊形各邊角之度。如六邊形。則將六邊倍作十二邊。即爲十二直角。蓋六邊形。分爲六个三角形。每形合三角之度。與二直角等。六二得一十二直角也。內減中心四直角。全員以十字分爲四。分得四直角。縱分爲無數分。其無數心角合之。亦與四直角等。然則今分六个心角。亦只如四直角也。餘八直角。爲邊角。每一直角九十度。計共七百二十度。各邊形倣此。

第四卷第十二節

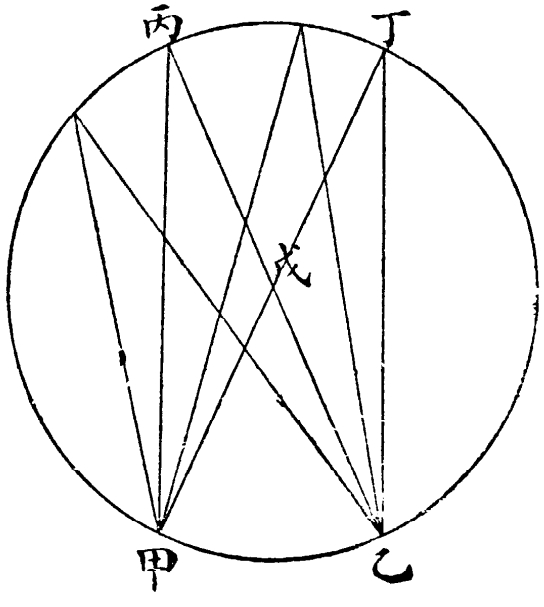
員內任作甲丙乙。乙丁甲二界角。其度必俱等。試自員心戊至甲乙作二輻線。即成甲戊乙一心角。其所對之甲乙弧爲二界角所同用。則心角度必倍於界角。然則二界角同爲心角之半。必相等也。





第二十三節

凡員周與方周等者。（如俱四尺。）員積必大於方積。（方積一尺。○員半徑六寸三分六釐零。乘周四尺。得積一尺二寸七分。折半。得積一尺二寸七分。）何者。員形半徑與句股形之句等。周與句股形之股等者。其積相等。（半徑六寸三分五釐如句。周四尺如股。相乘得長方積。折半則爲句股積也。）而方形之半徑。小於員形之半徑。（止五寸耳。）不及句股形之句。股雖同。而句不及。故積少也。（五寸乘四尺。得二尺。折半得一尺耳。）



第六卷第三第五第八九十十一十二十三十四十五十六節

四率法。一率與二率之比。同於三率與四率之比。名同理比例。又名相當比例。若一率與二率之比。同於二率與三率之比。則名相連比例。若以二率比一率。四率比三率。則名反推比例。若以一率比三率。二率比四率。則名遞轉比例。若取一率與二率之較。（如一率爲四。二率爲十二。相減餘八爲較。）爲一率與二率相比。（是改一率之四爲八也。計加倍。）取三率與四率之較。（如三率二十。四率六十。相減餘四十。爲較。）爲三率與四率相比。（是改三率之二十爲四十也。亦加倍。）則名分數比例。若將一率併合二率爲首率。（如首率二。二率四。併得六也。）與二率相比。（是改首率之二爲六也。計三倍。）將三率併

合四率爲三率。（如三率・三四率六・併得九也・）與四率相比。（是改三率三爲九也・亦計三倍・）則名合數比例。若將一率與二率相減。用其餘爲二率。與首率相比。（如一率一・二率三・相減餘二・是變二率三爲二也・）將三率與四率相減。用其餘爲四率。與三率相比。（如三率四・四率十二・相減餘八・是變四率十二爲八也・）則名更數比例。若有甲乙兩相連比例四率。甲爲首一次二三四。八乙爲首二次四三八四十六。其甲一二之比。同於乙一二之比。甲二三之比。同於乙二三之比。甲三四之比。同於乙三四之比。而將甲一與四之比。（一比八也・）亦同於乙一與四相比。（二比十六也・即同一比八・）則名隔位比例。若有甲乙兩相連比例三率。甲爲首二。中四。末八。乙爲首四。中八。末十六。將甲中四與末八相比。復另取二數。加於乙首率之上。與乙中八相比。（是改乙首率爲中率・中率爲末率・而另取二爲首率也・）則名錯綜比例。若將首率二。加三倍爲六。次率四。加三倍爲十二。其六與十二之比。仍同於二與四之比。則名加分比例。一若將首率六。三分取一變爲二。將次率十二。亦三分取一變爲四。其二與四之比。仍同於六與十二之比。則名減分比例也。

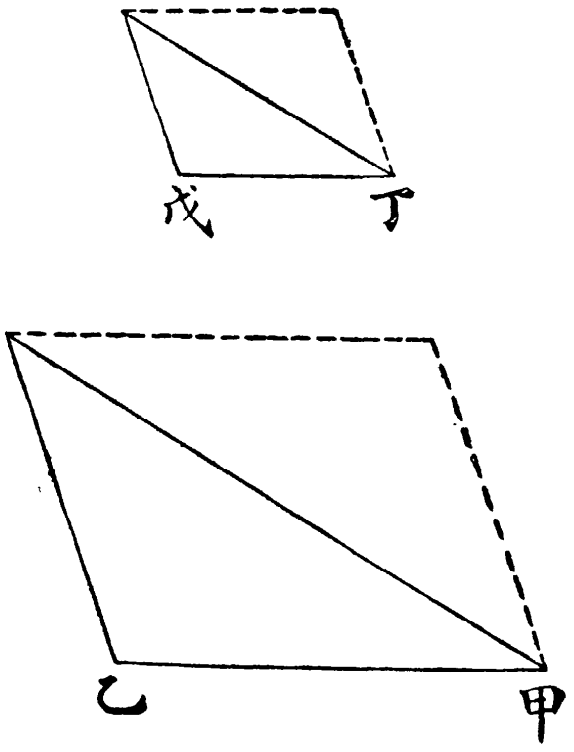
第七卷第五節第八卷第五節

如甲方闊一尺。長二尺。乙方闊二尺。長四尺。其闊與闊之比。同於長與長之比。皆爲一比二。則兩面積之比例。視邊一比二例。爲隔一位相加之比例。蓋首率爲一。次率爲二。則三率爲四。四率爲八。此相連比例也。今闊相比。爲首甲一。次乙二。則積相比當爲三甲二。四乙四矣。乃乙之積實八尺。是越四而至

八也。故曰隔一位。則欲求其同。須將乙闊二倍作四。爲次率。乃得。故曰相加也。正方斜方。句股。銳鈍三角。並同。　如有大小二鈍三角形同式。則以小底丁戊爲一率。大底甲乙。加一倍爲二率。以小形面積爲三率。求得大形面積。蓋鈍三角乃斜方之半也。

第九卷第五節

句股形。弦所作方積。與句股各作之方共積等。則弦所作方之半。或幾分之幾。亦必與句股各作之方之半。或幾分之幾。共積等。弦所作之員。或大小半員亦必與句股各作之員。或大小半員。共積等矣。

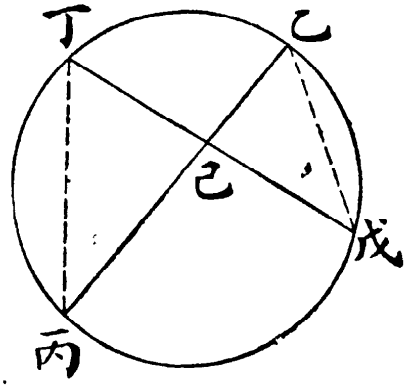


第六節

員內。乙丙丁戊二弦線相交於己。則戊己與己丙之比。即同於乙己與己丁之比。何則。乙己戊小三角形。與丁己丙大三角形。二己角爲對角。則其度必等。又小形之乙角。與大形之丁角。同對戊丙弧。則兩角之度又必等。三角既等其二。則餘一角亦必等。是大小二者爲同式形也。故其邊之比例同耳。

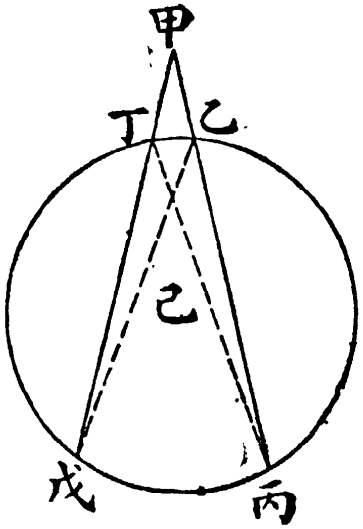
第八節

自丙戊作線。會於甲。則甲丙與甲戊之比。必同於甲丁與甲乙之比。何者。甲丙丁三角形。與甲戊乙三角形。同用一甲角。其度固同。又丙角與戊角。均對乙丁弧。則其度又同。而餘一角亦必同。是三角同式也。故此大邊比彼大邊。同於此小邊比彼小邊也。

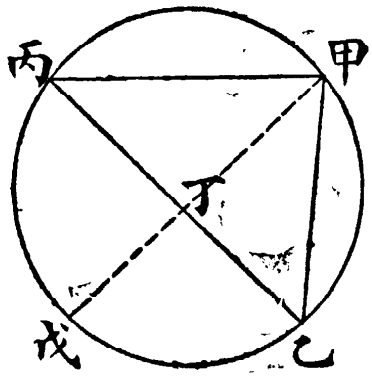


第九節

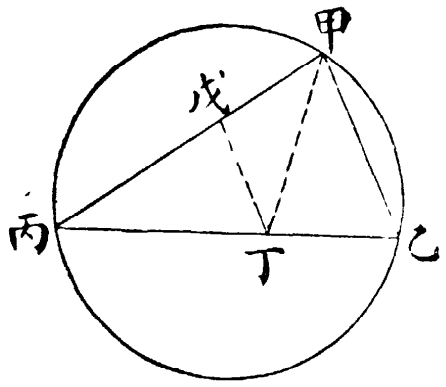
甲乙丙三角形。將甲角平分作甲戊線。則甲乙與甲丁之比。同於甲戊與甲丙之比。何者。甲戊乙三角形之戊角。與甲丙丁三角形之丙角。同對甲乙弧。則度等。而二形之甲角。既爲平分。則其度又等。而乙丁二角亦必等。是甲戊乙形。與甲丙丁形。爲同式。故此小邊甲乙・之比彼小邊甲丁・同於此大邊甲戊・之比彼大邊甲丙・也。



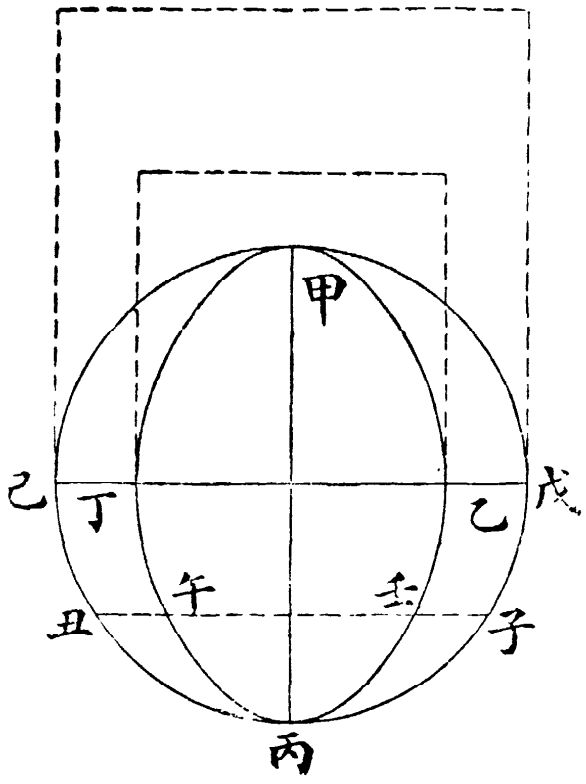
第十節



甲乙丙三角形。將甲角平分。作甲丁線。則乙丁與丁丙之比。同於甲乙與甲丙之比。何者。試作丁戊線。與甲乙平行。即成戊丁丙小三角形。與甲乙丙大三角形同式。是戊丁比戊丙。若甲乙比甲丙也。而戊丁與甲戊同。詳下是甲戊比戊丙。若甲乙比甲丙也。而甲戊比戊丙。又若乙丁比丁丙。甲戊比戊丙。既若甲乙比甲丙。則乙丁比丁丙。獨不若甲乙比甲丙乎。問戊丁何以與甲戊同。曰。甲丁戊形之丁角。與甲角等。故丁角所對之甲戊邊。與甲角所對之丁戊邊等也。而二角之相等奈何。曰。甲丁戊形之丁角。與甲乙丁形之甲角。爲甲乙戊丁二平行線內之錯角。則其度等。而丁甲乙之甲角。與甲丁戊之甲角。爲平分。故又等也。



第十卷第十二節至末

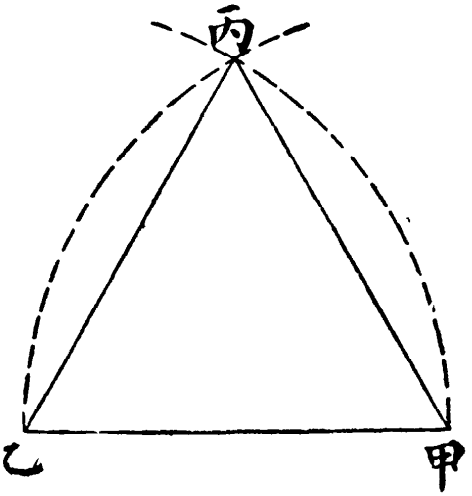


橢員體。甲丙大徑。與球體全徑同者。其體積之比。即同於橢員大小徑

所作長方體。長員體。與球徑所作正方體長員體之比。亦同於橢員小徑乙丁所作正方體。長員體。與球徑所作正方體長員體之比。又體與體比。若面與面比。則橢員與球體積之比。亦同於橢員小徑乙丁所作正方面。與球徑所作正方面之比也。又全比全。若半比半。幾分比幾分。則任截橢員體壬丙午一小段。與球體子丙丑一小段。其比例固與全等矣。

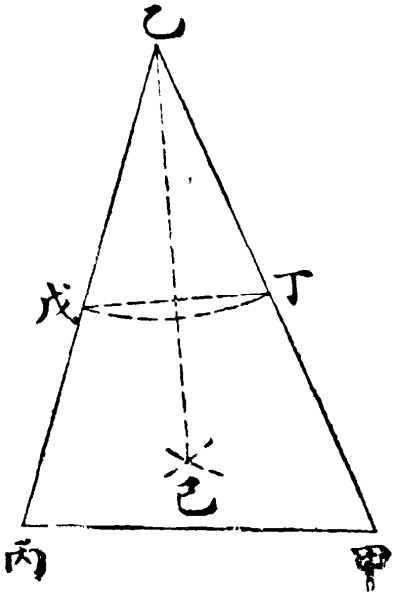
第十一卷第一節

作等邊三角形法。如有甲乙一邊。長三寸。則以此三寸爲半徑度。用甲爲心。運一規。又用乙爲心。運一規。從二規相交丙處。作甲丙丙乙二線。則相等矣。



第二節

分角法。如欲分乙角爲



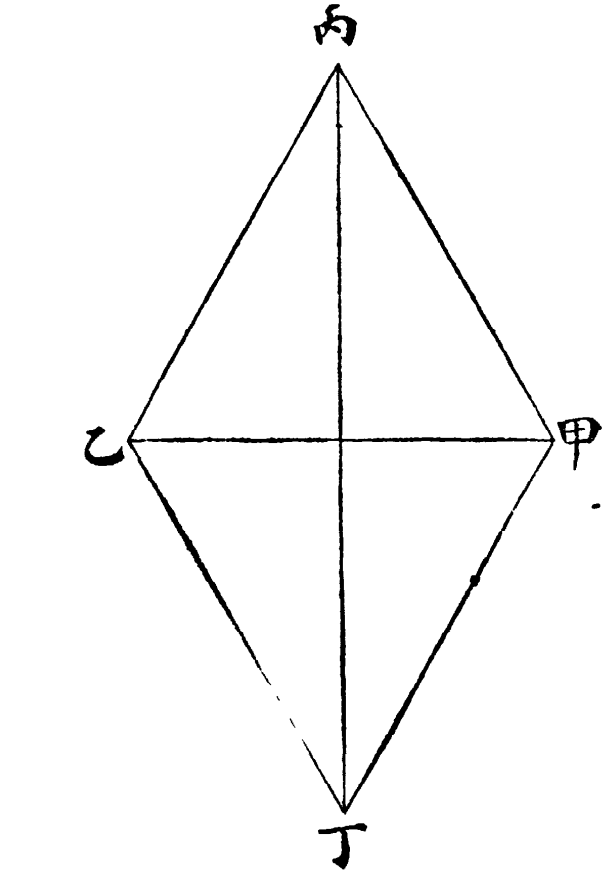
二則以乙爲心任以丁爲度運規作丁戊弧則乙丁乙戊二線度等又照前節法作丁戊己等邊三角則己角與乙角正對乃作乙己線則平分乙角爲二矣

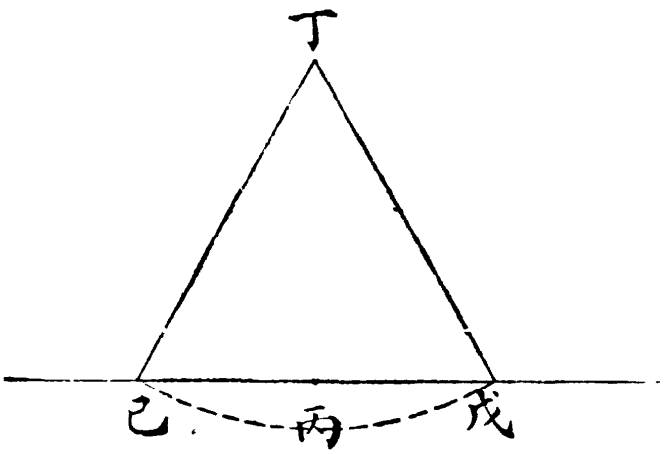
第三節

平分一線爲二法　如平分甲乙線照第一節作甲乙丙及甲乙丁兩等邊三角乃從丙至丁作直線即分甲乙爲二矣

第四五節

橫線中立直線法　如欲於橫線中丙處立直線任於橫線丙之兩旁取相等之度如戊如





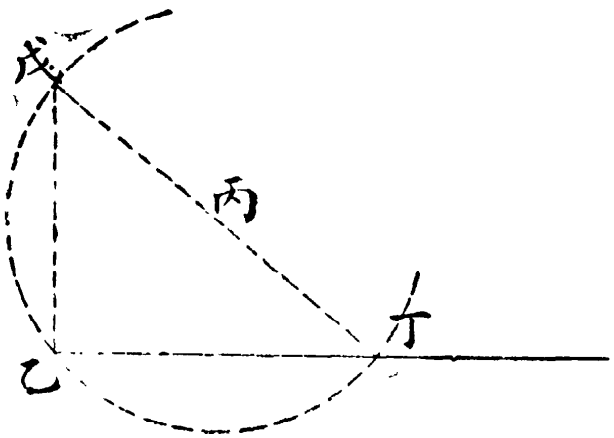
己。依第一節法。作戊己丁等邊三角形。而從丁垂線至丙。爲直立線也。若欲於距橫線之丁處垂直線。則以丁爲心。己爲度。運規作己戊弧。則丁戊丁己必等。又依第二節分角法。從丁作線至丙。是也。

第六節

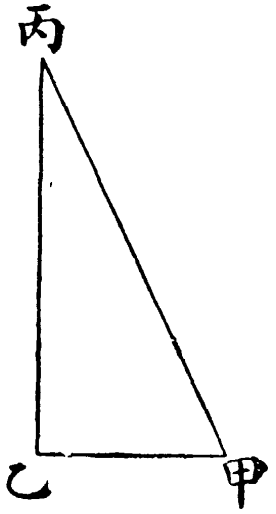
橫線端立直線法。　如欲於橫線端乙處。立一直線。則於橫線上。任以丙爲員心。乙爲員界。運一規。則截橫線於丁。卽作一丁丙戊直線。乃自戊作戊乙直線是也。蓋乙丁戊三角。在徑線內。則乙角必爲直角矣。若欲從戊作垂線至乙。則任意作一戊丁斜線。而平分於丙。以丙爲心。丁爲界。運規。則恰切橫線乙端。作戊乙直線矣。

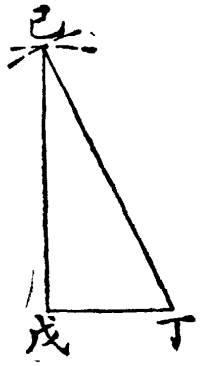
第九節

照已有之形。作同式形法。　如倣甲乙丙大三角。欲作同式之丁戊己小三角形。則考大句甲乙有幾分。如有三分。今取二分爲小句丁戊。又以大弦丙甲亦作三分。取二分爲小弦己丁。則以小句丁爲心。大弦二分爲度。運一規。又以大股丙乙亦作三分。而取其二分爲小股己戊。則以小句戊爲心。大股二分爲度。運一規二規相交於己。乃



作己丁己戊兩線。成丁戊己同式小形矣。若有一大六邊形。欲作一同式小六邊形。可分爲四三角。照前法倣作四小三角形。則合成一同式小六邊形矣。

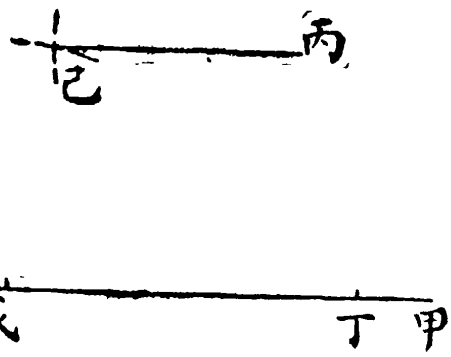




第十節

作平行線法。

如欲於甲乙橫線上丙點處。作與甲乙平行之線。則任取丁戊兩處。點點以戊爲心。照丙丁度運一規。又以丙爲心。照丁戊度運一規。則二規相交



於己。乃作丙己線。卽與甲乙平行。

第十一節

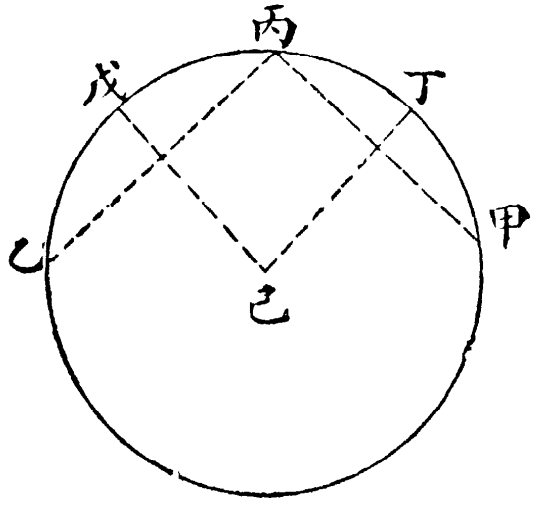
作正方形法。　於甲乙線上照上第六節法。立二直線。以甲乙度作左右規。截二直線於丙於丁。作丙丁線。卽成。

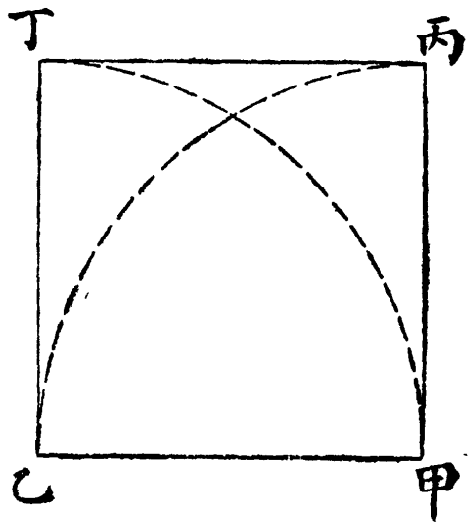
第十三十四十五十八節

引弧成全員法。　如有甲乙弧。欲作全員。則任於丙處記點。作甲丙丙乙二線。照第三節平分一線爲二法。作丁己己戊二線。交於己。乃以己爲心。或甲或乙爲度。運規卽成全員。　三點串員法倣此。　員求中心法倣此。任取甲丙乙三點法照取己也。　甲乙丙三角。求所切之員。倣此。

第十六節

員外有點。依點作切線法。　依甲點至員心乙。作甲乙線。以乙爲心。甲爲界。運一規。又於丁處。作丁己垂線截運規於丙。作丙乙線。又於戊處。作甲戊垂線。卽甲點所作切線也。何則。乙丁乙戊。同爲





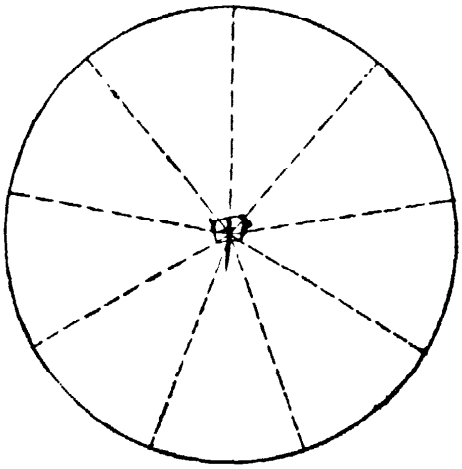
原員之半徑。乙甲乙丙。同爲運規之半徑。則丁丙爲甲乙之垂線。戊甲獨不爲丙乙之垂線乎。故甲戊爲原員之切線也。

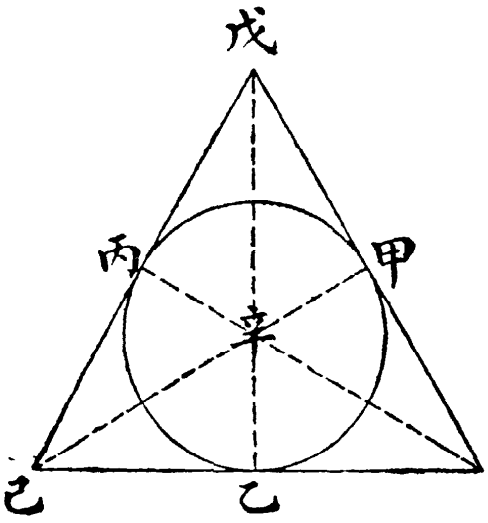
第二十一節

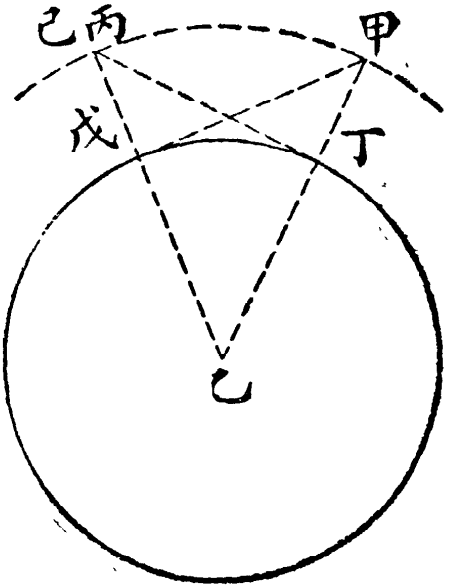
員內作各邊形總法　如於甲員內。欲作九邊形。則是九個三角也。九个三角內九个心角。照三卷第十五節論。九心角合得四直角。以九个心角分之。得每个四十度。復以一有度之員。取四十度之分。以分甲員界。卽平分爲九分矣。

第二十二節

作容員諸形法　如欲作容員之三角形。則將員三百六十度。分爲三分。甲乙丙每分一百二十度。乃自各分界至員心辛作線。透出員外。於各線界（如丙等）作垂線。（如戊已等）卽成三角形矣。四角則分四分。







五角則分五分．倣此爲之．

第二十三節

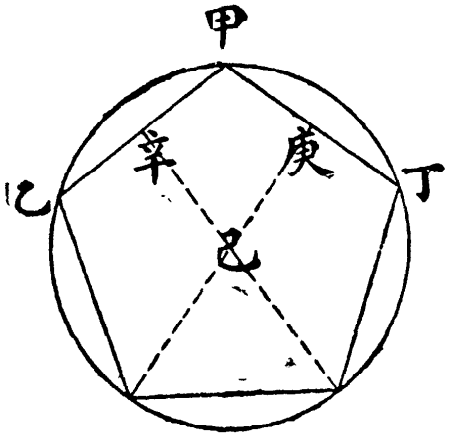
作容各形之員法．　如作容五邊形之員．則任將甲乙邊．甲丁邊．平分於庚辛二處．各作垂線．至對角．則二線交於己．以己爲心．角爲界．作員．他形倣此．

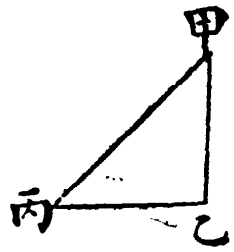
第二十四節

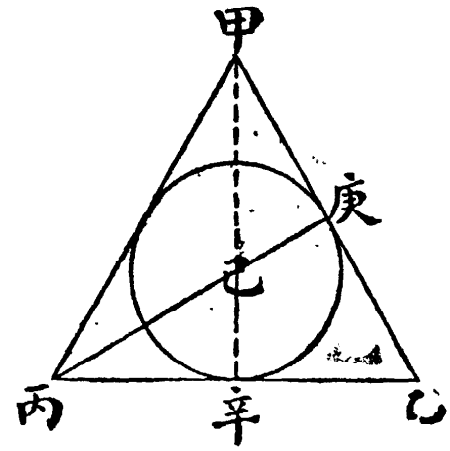
作諸形所容之員法．　如三角形．則任從甲乙丙二邊．中間庚點辛點．各作垂線至角．則二線交於己．以己爲心．庚爲界．作員．他形倣此．

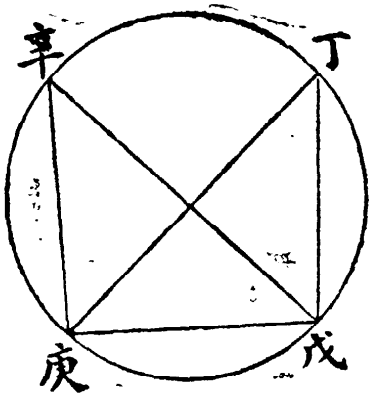
第二十五節

作員內三角．與舊有之三角同式法．如舊有甲乙丙三角形．任於員內．照甲角





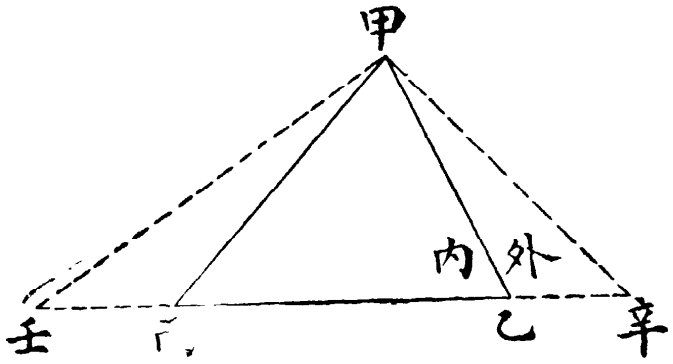


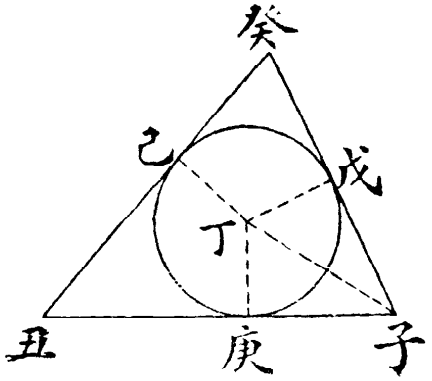


度。作辛角成辛庚戊三角形。又照乙角度於員內作戊角成丁戊庚形。則此丁戊庚三角形。即與舊甲乙丙形同式。何者。辛角與丁角同對戊庚弧。則二角度同。辛既照甲。則丁亦即甲矣。而戊又照乙。則庚亦必等內。可知矣。

第二十六節

作員外三角。與舊有之三角同式法。　如舊有甲乙丙三角形。任將乙丙底線。引長至辛壬二處。則成甲乙辛及甲丙壬二外角。乃於員心作與甲乙辛同式之戊丁庚角。又作與甲丙壬同式之己丁庚角。則成丁戊。丁己。庚三輻線。於各線末作三垂線。相遇成癸子丑三角形。即與原甲乙丙形同式。何則。原形之內外二角。併得兩直角度。而凡三角形。併三角度。與二直角等。今戊丁庚子四邊形。可分爲兩三角。則此形四角度。相併必等四直





角。內減去戊庚兩直角。（戊丁丁庚俱垂線。故知爲直角。）則餘子丁二角。亦必併得兩直角度。丁角既同乙外角。（依之而作。）則必同也。則子角亦必與乙內角等。以右例左。丑角亦必與丙角等。而癸角與甲角。亦無不等矣。

第二十七節

三角形內作員法　借上圖。照第二節分角法。作子丁等三線、會於丁心。而自心作丁己等三垂線。至三角形邊。乃以丁爲心。形邊爲界。運規作員。

第二十八節

句股形內作正方形法　以乙丙句度。運規平分丁乙弧於戊。作戊丙線。而截弦於己。作己庚線。與股平行。又作己辛線。與句平行。即得。

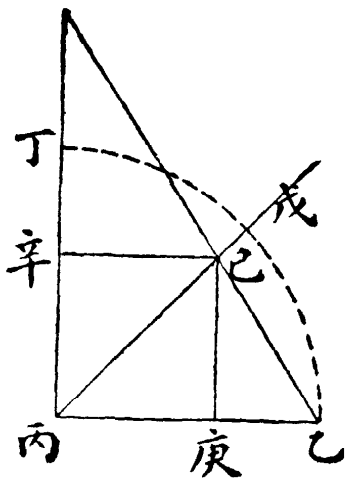
又法。載三角輯要三角容員第一術。

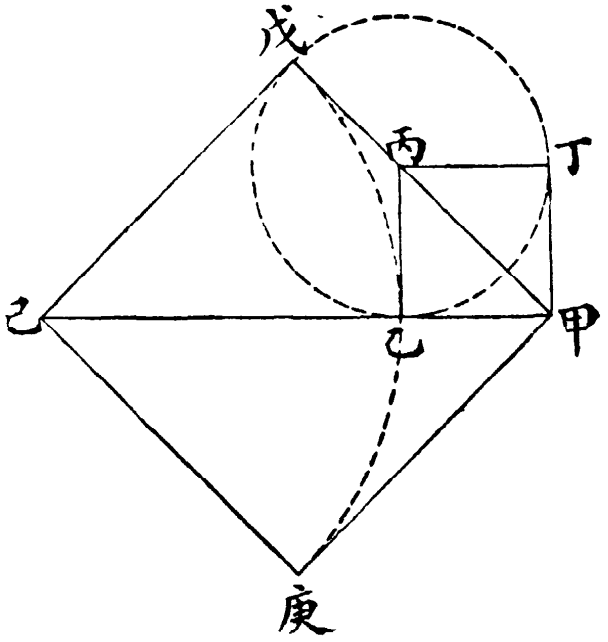
第三十節

三角形作正方形法　載三角輯要容員第二術第二支。

第三十一節

有方邊與對角線之較。（甲乙）作原方法　將較甲乙。作甲丙小正方。以丙乙度。運一小規。作甲戊線。即原方邊也。依甲戊度作戊庚方。即原方。蓋甲己對角線也。甲乙方邊與對角線之較也。則乙己乃方邊矣。





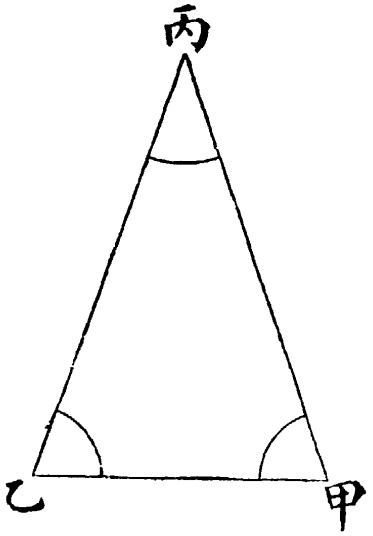
何者．戊丙丙乙．並小規半徑．則其度等．兩角又皆直角．則乙己必等戊己可知矣．

第十二卷第一第二節

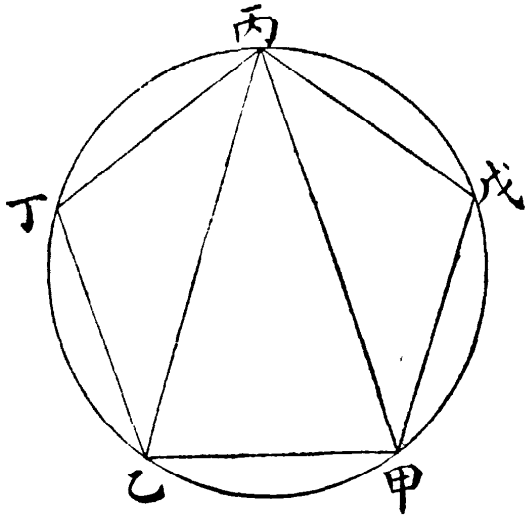
有底線．甲乙．作相等兩邊線．丙甲丙乙．使底兩角．俱倍大於上角法．法於底線兩端．各作七十二度角．將兩邊線引長交於丙．則丙角爲三十六度．若有一邊線．丙申．作前項三角．則再作一邊線．丙乙．相合於丙．作三十六度角．則二角必俱七十二度．

第三節

有一邊．甲乙．作等邊五角形法．照上節．先作甲乙丙形．



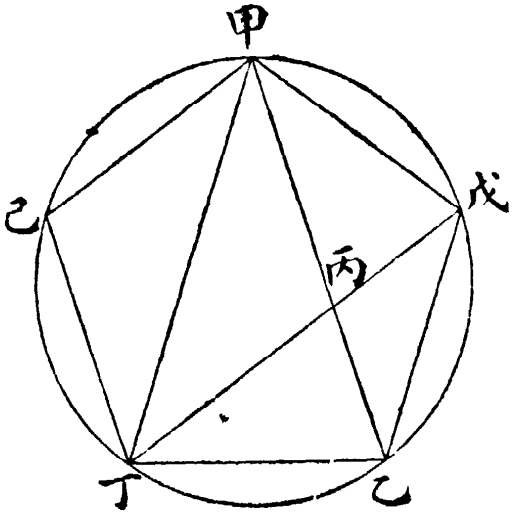
五邊形．即五角形．以全員三百六十度．分爲五分．則每角七十



二度．故照上節法．又照十一卷十五節法作一員將左右兩弧平分於戊於丁．而作丙戊等四線．卽成等邊五角形．

第四節

一線分大小兩分．爲相連比例法．如甲乙線爲全分．分甲丙爲大分．丙乙爲小分．使全分與大分之比．同於大分與小分之比．則照第一節後法．先作甲乙丁形．乙丁二底角．大於甲角一倍．再照上節作五邊形．乃作戊丁線．截甲乙線於丙．便是蓋甲乙之比乙戊．若乙戊之比戊丙．以甲乙戊形與乙戊丙形同式．甲乙戊爲全形．內分甲丙戊爲大形．丙戊乙爲小形．全形與小形．既同一乙角矣．又全形之甲角．對戊乙弧．小形之戊角．對乙丁弧．二弧皆七十二度．則二角又等．三角已等其二．則餘一角亦必等．故而乙戊與甲戊同．皆七十二度通弦也．卽與甲丙同．此以甲丙戊大形考之．大形丙角．爲小形丙角之外角．則兼有小形戊乙兩角之度．是大於甲角一倍也．大形戊角所對甲丁弧．爲兩個七十二度．比甲角所對戊乙弧．亦爲大一倍．則大形丙戊二角等矣．角等故所對之邊亦等也．故爲甲乙比甲丙．若甲丙比丙乙也．丙乙同丙戊．



第五節

分一線甲乙．爲三段法．如欲分甲乙線爲三段．則照式作二平行線．任以甲戊爲度．照分上線爲甲

戊庚丙三段。亦分下線爲丁己辛乙三段。而作甲丁等三線。卽平分甲乙線爲三段矣。

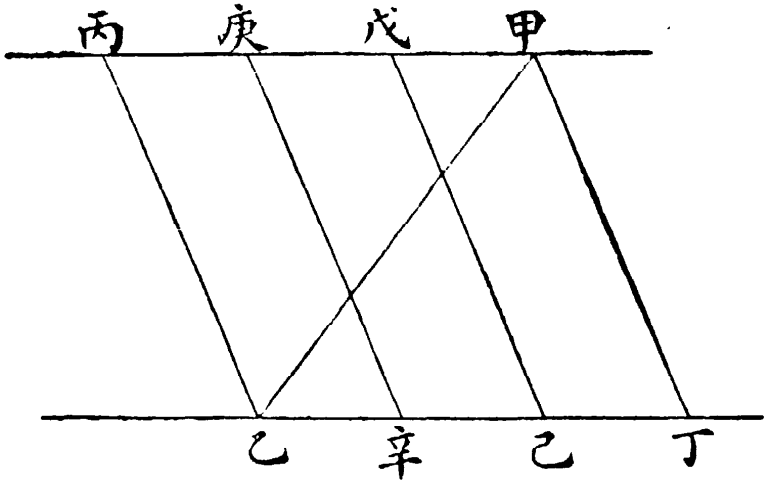
第六節

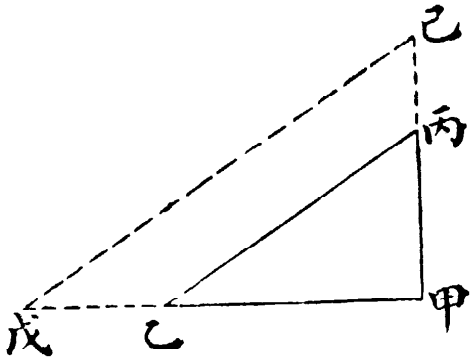
比照分段法。　如有已分段之甲乙線。欲照此分丙丁線。則將二線平行置之。如圖。作三角形。從戊角作線至己。至辛。卽分丙丁線。如甲乙矣。

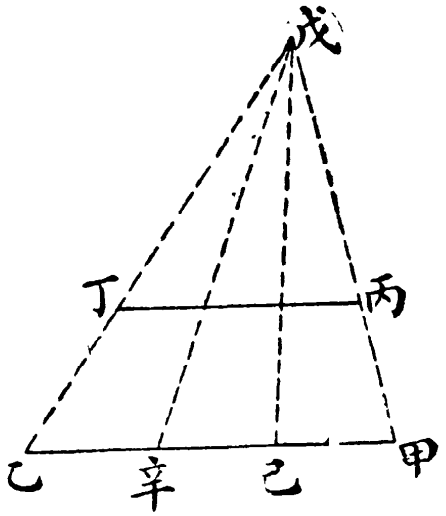
第七節

有二線。作相連比例第三線法。

如甲乙爲首率線。甲丙爲中率線。如圖。作甲乙丙小三角形。再依甲丙度作乙戊。以益甲乙。







又作戊己線。與乙丙平行。成己甲戊大三角形。則甲乙之比乙戊。若甲丙之比丙己。丙己即第三線也。

第八節

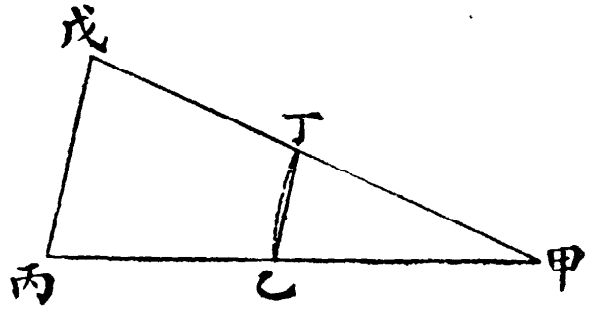
有三線。作相當比例之第四線。　如有甲乙。甲丙。乙丁。三線。如圖。將甲丙線。照甲乙度。紀於乙。以甲爲心。乙爲界。運一弧。又取乙丁度。截弧於丁。作丁乙線。甲丁線。而引甲丁線至戊。與甲丙等。則甲乙線之比甲丙線。若丁乙線之比戊丙第四線也。

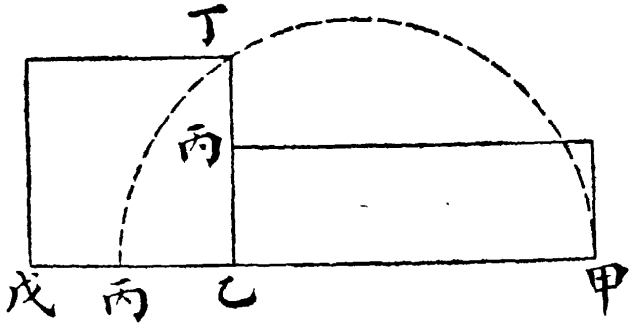
第十二節

長方形作等積正方形法。　以長甲乙闊乙丙和甲丙。爲徑。作半員。引乙丙至員界丁。得丁乙。作丁戊正方形。

第十七節

畫地圖法。　如欲畫甲乙丙丁地形。則擇能見此地形之二處。如戊如己。立儀器。先自戊。以遊表視庚辛壬癸等處。得諸角度記之。如庚戊己角得八十一度。辛戊己角得五十度三十分。壬戊己角得四十五度八分。癸戊己角得四十三度二十分。再自己以



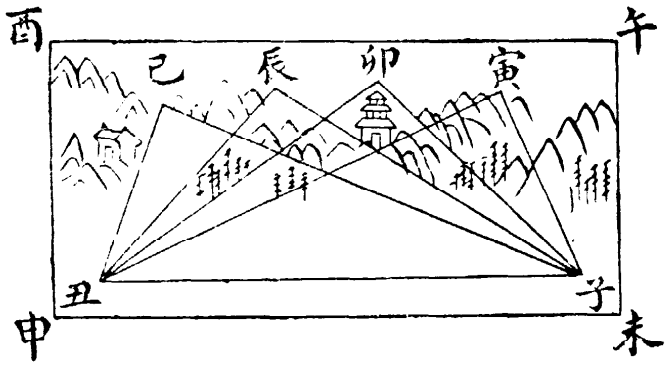


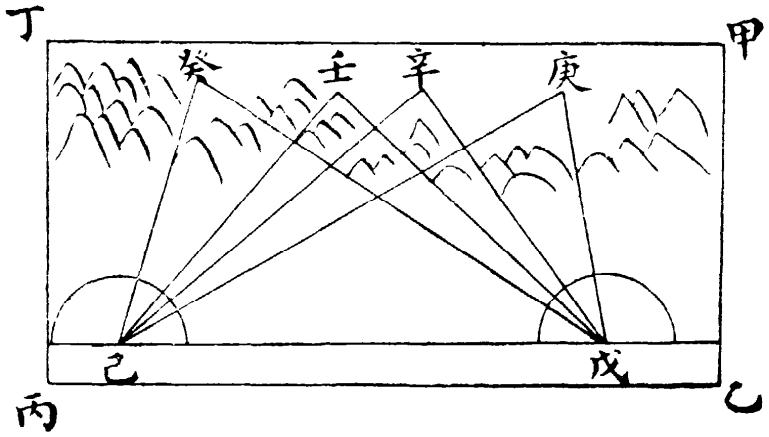
遊表視前諸處。得諸角度。亦記之。如庚己戊角得三十五度四十分。辛己戊角得四十度十分。壬己戊角得四十七度二十五分。癸己戊角得七十度。於是作一子丑線。爲戊己相當線。於子丑線兩端。照作諸角線。乃以庚辛壬癸所有之地形。俱畫於圖之相當各界。卽成一午未申酉之圖矣。

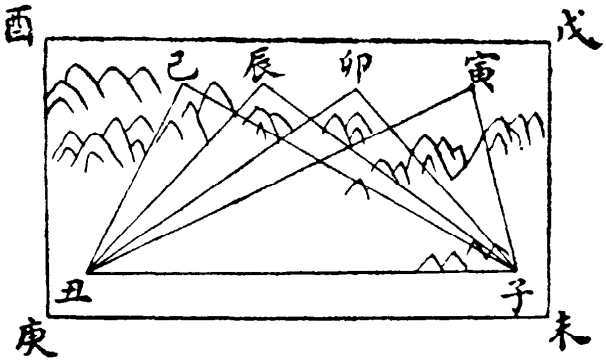
第十八節

約大圖爲小圖法。

如欲約甲丙大圖。爲四分之一。則照大圖各邊四分之一。畫戊庚圖。於大圖任分爲數正方形。小圖亦照數分之。視大圖所有山川城郭村墅。函於大圖之某正方







分者約而畫入小圖某正方分內卽是